

格致方法 · 定量研究系列　吴晓刚　主编

图解代数：用系统方法进行数学建模

[美] 考特尼 · 布朗（Courtney Brown）著
郭茂灿　译


NLIC2970870120

- 革新研究理念
- 丰富研究工具
- 最权威、最前沿的定量研究方法指南

36

格致出版社　上海人民出版社



格致方法·定量研究系列

1. 社会统计的数学基础
2. 理解回归假设
3. 虚拟变量回归
4. 多元回归中的交互作用
5. 回归诊断简介
6. 现代稳健回归方法
7. 固定效应回归模型
8. 用面板数据做因果分析
9. 多层次模型
10. 分位数回归模型
11. 空间回归模型
12. 删截、选择性样本及截断数据的回归模型
13. 应用logistic回归分析（第二版）
14. logit与probit：次序模型和多类别模型
15. 定序因变量的logistic回归模型
16. 对数线性模型
17. 流动表分析
18. 关联模型
19. 中介作用分析
20. 因子分析：统计方法与应用问题
21. 非递归因果模型
22. 评估不平等
23. 分析复杂调查数据（第二版）
24. 分析重复调查数据
25. 世代分析（第二版）
26. 纵贯研究（第二版）
27. 多元时间序列模型
28. 潜变量增长曲线模型
29. 缺失数据
30. 社会网络分析（第二版）
31. 广义线性模型导论
32. 基于行动者的模型
33. 基于布尔代数的比较法导论
34. 微分方程：一种建模方法
35. 模糊集合理论在社会科学中的应用
36. 图解代数：用系统方法进行数学建模
37. 项目功能差异（第二版）

上架建议：社会研究方法

ISBN 978-7-5432-2213-7



定价: 15.00元
易文网: www.ewen.cc
格致网: www.hibooks.cn

格致方法·定量研究系列　吴晓刚　主编

图解代数：用系统方法进行数学建模

[美] 考特尼·布朗（Courtney Brown） 著
郭茂灿 译

SAGE Publications, Inc.

格致出版社　上海人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

图解代数:用系统方法进行数学建模/(美)布朗(Brown, C.)著;郭茂灿译. —上海:格致出版社:上海人民出版社,2013
(格致方法·定量研究系列)
ISBN 978-7-5432-2213-7

Ⅰ.①图… Ⅱ.①布… ②郭… Ⅲ.①数学模型-应用-社会科学-科学研究 Ⅳ.①C3

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第313726号

责任编辑 高 璇

格致方法·定量研究系列
图解代数:用系统方法进行数学建模
[美]考特尼·布朗 著
郭茂灿 译

出 版 世纪出版集团 www.ewen.cc 格致出版社 www.hibooks.cn 上海人民出版社
(200001 上海福建中路193号24层)

格致出版
编辑部热线 021-63914988
市场部热线 021-63914081

发 行 世纪出版集团发行中心
印 刷 浙江临安曙光印务有限公司
开 本 920×1168毫米 1/32
印 张 4.75
字 数 74,000
版 次 2013年1月第1版
印 次 2013年1月第1次印刷
ISBN 978-7-5432-2213-7/C·99
定 价 15.00元

出版说明

由香港科技大学社会科学部吴晓刚教授主编的“格致方法·定量研究系列”丛书，精选了世界著名的 SAGE 出版社定量社会科学研究丛书中的 35 种，翻译成中文，集结成八册，于 2011 年出版。这八册书分别是：《线性回归分析基础》、《高级回归分析》、《广义线性模型》、《纵贯数据分析》、《因果关系模型》、《社会科学中的数理基础及应用》、《数据分析方法五种》和《列表数据分析》。这套丛书自出版以来，受到广大读者特别是年轻一代社会科学工作者的欢迎，他们针对丛书的内容和翻译都提出了很多中肯的建议。我们对此表示衷心的感谢。

基于读者的热烈反馈，同时也为了向广大读者提供更多的方便和选择，我们将该丛书以单行本的形式再次出版发行。在此过程中，主编和译者对已出版的书做了必要的修订和校正，还新增加了两个品种。此外，曾东林、许多多、范新光、李忠路协助主编参加了校订。今后我们将继续与 SAGE 出版社合作，陆续推出新的品种。我们希望本丛书单行本的出版能为推动国内社会科学定量研究的教学和研究作出一点贡献。

总 序

往事如烟，光阴如梭。转眼间，出国已然十年有余。1996年赴美留学，最初选择的主攻方向是比较历史社会学，研究的兴趣是中国的制度变迁问题。以我以前在国内所受的学术训练，基本是看不上定量研究的。一方面，我们倾向于研究大问题，不喜欢纠缠于细枝末节。国内一位老师的话给我的印象很深，大致是说：如果你看到一堵墙就要倒了，还用得着纠缠于那堵墙的倾斜角度究竟是几度吗？所以，很多研究都是大而化之，只要说得通即可。另一方面，国内（十年前）的统计教学，总的来说与社会研究中的实际问题是相脱节的。结果是，很多原先对定量研究感兴趣的学生在学完统计之后，依旧无从下手，逐渐失去了对定量研究的兴趣。

我所就读的美国加州大学洛杉矶分校社会学系，在定量研究方面有着系统的博士训练课程。不论研究兴趣是定量还是定性的，所有的研究生第一年的头两个学期必须修两门中级统计课，最后一个学期的系列课程则是简单介绍线性回归以外的其他统计方法，是选修课。希望进一步学习定量研

究方法的可以在第二年修读另外一个三学期的系列课程,其中头两门课叫“调查数据分析”,第三门叫“研究设计”。除此以外,还有如“定类数据分析”、“人口学方法与技术”、“事件史分析”、“多层线性模型”等专门课程供学生选修。该学校的统计系、心理系、教育系、经济系也有一批蜚声国际的学者,提供不同的、更加专业化的课程供学生选修。2001 年完成博士学业之后,我又受安德鲁·梅隆基金会资助,在世界定量社会科学研究的重镇密歇根大学从事两年的博士后研究,其间旁听谢宇教授为博士生讲授的统计课程,并参与该校社会研究院(Institute for Social Research)定量社会研究方法项目的一些讨论会,受益良多。

2003 年,我赴港工作,在香港科技大学社会科学部,教授研究生的两门核心定量方法课程。香港科技大学社会科学部自创建以来,非常重视社会科学研究方法论的训练。我开设的第一门课“社会科学里的统计学”(Statistics for Social Science)为所有研究型硕士生和博士生的必修课,而第二门课“社会科学中的定量分析”为博士生的必修课(事实上,大部分硕士生在修完第一门课后都会继续选修第二门课)。我在讲授这两门课的时候,根据社会科学研究生的数理基础比较薄弱的特点,尽量避免复杂的数学公式推导,而用具体的例子,结合语言和图形,帮助学生理解统计的基本概念和模型。课程的重点放在如何应用定量分析模型研究社会实际问题上,即社会研究者主要为定量统计方法的“消费者”而非“生产者”。作为“消费者”,学完这些课程后,我们一方面能够读懂、欣赏和评价别人在同行评议的刊物上发表的定量研究的文章;另一方面,也能在自己的研究中运用这些成熟的

方法论技术。

上述两门课的内容，尽管在线性回归模型的内容上有少量重复，但各有侧重。“社会科学里的统计学”（Statistics for Social Science）从介绍最基本的社会研究方法论和统计学原理开始，到多元线性回归模型结束，内容涵盖了描述性统计的基本方法、统计推论的原理、假设检验、列联表分析、方差和协方差分析、简单线性回归模型、多元线性回归模型，以及线性回归模型的假设和模型诊断。“社会科学中的定量分析”则介绍在经典线性回归模型的假设不成立的情况下的一些模型和方法，将重点放在因变量为定类数据的分析模型上，包括两分类的 logistic 回归模型、多分类 logistic 回归模型、定序 logistic 回归模型、条件 logistic 回归模型、多维列联表的对数线性和对数乘积模型、有关删节数据的模型、纵贯数据的分析模型，包括追踪研究和事件史的分析方法。这些模型在社会科学研究中有着更加广泛的应用。

修读过这些课程的香港科技大学的研究生，一直鼓励和支持我将两门课的讲稿结集出版，并帮助我将原来的英文课程讲稿译成了中文。但是，由于种种原因，这两本书拖了四年多还没有完成。世界著名的出版社 SAGE 的“定量社会科学研究”丛书闻名遐迩，每本书都写得通俗易懂。中山大学马骏教授向格致出版社何元龙社长推荐了这套书，当格致出版社向我提出从这套丛书中精选一批翻译，以飨中文读者时，我非常支持这个想法，因为这从某种程度上弥补了我的教科书未能出版的遗憾。

翻译是一件吃力不讨好的事。不但要有对中英文两种

语言的精准把握能力,还要有对实质内容有较深的理解能力,而这套丛书涵盖的又恰恰是社会科学中技术性非常强的内容,只有语言能力是远远不能胜任的。在短短的一年时间里,我们组织了来自中国内地及港台地区的二十几位研究生参与了这项工程,他们目前大部分是香港科技大学的硕士和博士研究生,受过严格的社会科学统计方法的训练,也有来自美国等地对定量研究感兴趣的博士研究生。他们是:

香港科技大学社会科学部博士研究生蒋勤、李骏、盛智明、叶华、张卓妮、郑冰岛,硕士研究生贺光烨、李兰、林毓玲、肖东亮、辛济云、於嘉、余珊珊,应用社会经济研究中心研究员李俊秀;香港大学教育学院博士研究生洪岩璧;北京大学社会学系博士研究生李丁、赵亮员;中国人民大学人口学系讲师巫锡炜;中国台湾"中央"研究院社会学所助理研究员林宗弘;南京师范大学心理学系副教授陈陈;美国北卡罗来纳大学教堂山分校社会学系博士候选人姜念涛;美国加州大学洛杉矶分校社会学系博士研究生宋曦。

关于每一位译者的学术背景,书中相关部分都有简单的介绍。尽管每本书因本身内容和译者的行文风格有所差异,校对也未免挂一漏万,术语的标准译法方面还有很大的改进空间,但所有的参与者都做了最大的努力,在繁忙的学习和研究之余,在不到一年的时间内,完成了三十五本书、超过百万字的翻译任务。李骏、叶华、张卓妮、贺光烨、宋曦、於嘉、郑冰岛和林宗弘除了承担自己的翻译任务之外,还在初稿校对方面付出了大量的劳动。香港科技大学霍英东南沙研究院的工作人员曾东林,协助我通读了全稿,在此

我也致以诚挚的谢意。有些作者，如香港科技大学黄善国教授、美国约翰·霍普金斯大学郝令昕教授，也参与了审校工作。

我们希望本丛书的出版，能为建设国内社会科学定量研究的扎实学风作出一点贡献。

吴晓刚

于香港九龙清水湾

序

本书与本书作者的另一本书——《微分方程:一种建模方法》一起,很好地拓展了对社会科学中的数学应用这一话题的讨论。该话题在本丛书中并没有被广泛地涉及(只有几本书才提到了这一点,比如No. 108和No. 109关于社会科学的基本数学、No. 110关于微积分以及No. 27关于差分方程作为动态建模的一种方法)。尽管如此,数学应用依然是定量社会科学研究中不可或缺的一部分,虽然到现在为止,它还一直处于统计学应用的阴影里。

图解代数的方法在社会科学中已经发展了30多年。不过,布朗这本书(以及他早些时候关于微分方程的书)的出版仍然是及时的,因为它又重新激发了一轮用数学来沟通社会理论和经验模型的兴趣。最近几年,国家科学基金(NSF)支持了一系列暑期学校,专门探讨理论模型的经验启示(EITM)这一题目。这些暑期学校出现在一些最好的大学里:2002年的第一期在哈佛大学,2003年的第二期在密歇根大学,2004年的第三期在杜克大学,2005年的第四期在加州大学伯克利分校,2006年的第五期又在密歇根大学。

这些暑期学校的主题非常一致。比如2006年的关注点是制度和制度分析、对因果关系的经验性评价以及复杂性研究(包括多元化、网络关系、适应和出现);2005年关注的则是政治制度模型、谈判和强制模型,还有合作性博弈——制度分析正是这两年共同的关注点。制度模型中的一些重要话题有均衡分析、集体行为的形成、联合治理、动态博弈,等等。这些理论问题都可以用图解代数来研究,因为它能够通过代数表达方式将理论和经验模型连接起来。

简言之,本书和《微分方程:一种建模方法》一书通过使用一些和理论同形的数学模型(包括线性的和非线性的模型、连续时间的和非连续时间的模型),提供了一种可以更好地理解以及呈现社会、政治理论的方法。另外,本书在把一些更常用于工程学、物理学中的方法与社会科学连接起来这一方面,做出了一个很好的表率。

这并不是说,统计方法就不可以用来理解理论模型的经验启示——它们可以。只是,数学模型可以建立起与理论更为紧密的联系。在这一意义上,本书为社会科学研究者合理理解政治、心理、社会行为,提供了另一种很有价值的指导工具。

廖福挺

目 录

第1章

系统分析

很少有一种用于发展理论的新方法能够像图解代数(graph algebra)这样,可以有力地影响到社会科学家建构关于社会、政治现象的数学模型。图解代数既是一种工具,也是一种源于系统论的语言。它最初是由三位社会科学家——Fernado Cortes、Adam Przeworski 以及 John Sprague——提出来的,首先出现于 1974 年的一本研讨性质的书(*System Analysis for Social Scientists*)当中。本书将解释什么是图解代数,并介绍它在处理数学和社会理论问题方面的一些最新的应用。因此,本书不仅仅是对已有文献的回顾,它还含有许多新的内容。这表明,像其他还存活的语言一样,图解代数会随着研究人员的理论需求而不断发展。这一事实,证明了它最初的三位创建者的思想力量。

在本质上,图解代数可以帮助研究人员针对复杂的社会现象建立起新颖的模型,包括线性模型和非线性模型。他们可以通过图解代数语言,把社会科学的理论翻译成数学公式或者模型。事实上,一些富有创造力的研究者,常常会通过图解代数,将即便是最为复杂而精致的理论,用代数的形式形象地表现出来。还很重要的是,图解代数可以把研究人员从对简单线性回归模型的依赖中"解放"出来——这些线性

回归模型建立在简单的截距和斜率之上,只能体现出一系列变量之间的相关关系。不过,在常用的统计软件中,回归分析也常常可以被创造性地用于估计一些很有意思的图解代数模型。这就允许了研究人员在使用常见的统计步骤的同时,也可以用代数模型来拓展其理论深度。

一些读者将会发现,本书很好地回应了社会科学中关于理论建构的提议。其中,最具代表性的观点是由国家科学基金(NSF)提出的。不久前,NSF发布了一项名为“理论模型的经验性启示”(The Empirical Implications of Theoretical Models, EITM)的报告。该报告认为:

> 在那些用高度数学化的语言进行正式建模(formal modeling)的人,和那些侧重于强调使用应用统计来建立经验模型的人之间,存在着很大的鸿沟。这使得政治学的许多研究,往往只在一方面很扎实,而在另一方面比较薄弱。即,要么是正式模型,但是只使用了标准的(或者没有)经验检验;要么是经验模型,但是没有明确的数学表述。这样的缺陷令我们不能很好地确认理论中的大致因果关系,从而增加了有效积累科学知识的难度。(NSF, 2002:1)

本书的目的是面向所有的社会科学(不仅仅针对政治学)。值得注意的是,在许多领域,我们确实需要更好地将社会、政治理论与经验模型联系起来。问题是“该怎么”达到这一点;更为直接的问题则是,“该如何教别人也这样做”。对于大部分研究者来说,有意思的代数模型意味着巨大的挑

战,这就是他们为什么会仅仅依赖于“包装好了的”线性回归模型。另外一些研究者意识到了问题本身的难度和值得严肃对待的地方。他们发现,研究者或者按照自己的理论来定义模型,或者放弃理论而只使用不具有任何结构的统计分析方法;后者正是所谓的“没有理论的方法”(参见 Signorino & Yilmaz, 2003)。作为回应,本书将提供一种具有很强实用性的新的图形语言。它可以使研究者发展出基于他们自己理论的精巧的代数模型,从而能够处理一些可能之前看似不行、甚至完全不可能的问题。

在社会科学中,有一些例子引人瞩目地使用了图解代数模型。在一些情况下,图解代数会出现在一项研究的理论建构阶段,以便建立起关于社会、政治过程的代数模型,不过它本身并不体现在最后的报告中。Prezeworski 和 Sprague (1986)的书 *Paper Stones: A History of Electoral Socialism* 就是这样的情况。该书建立了一个关于 20 世纪大部分时间欧洲左派投票发展的理论模型;其中,图解代数在建立这一模型的早期被用到了。本书稍后会呈现和解释该模型的代数形式。

在另外一些情况下,图解代数本身会出现在最后的研究报告中,以简化一些可能会对读者造成困扰的复杂模型。Duvall 和 Freeman(1983)的研究即是如此。他们分析了在很多发展中国家中,一些精英是怎样主导了工业化进程的。我自己的一项关于美国国会投票的研究也是这样。在这项研究中,我用图解代数呈现了一个理论模型,以帮助读者对这个有点复杂的政治理论有一个宽泛的理解(Brown, 1997)。还有一些情况,图解代数会被有效地包含在最后的报告里

面，以强调模型和社会、政治理论之间的联系。这种方式常常会很有用，即使是在图解代数本身并不与理论紧密联系的时候。一个例子是 Prezeworski 对许多欧洲国家中选举制度化和选民流动性的分析。总而言之，图解代数既可以在建立精巧的代数模型时藏在背后，也可以在帮助呈现理论时出现在研究报告中。无论如何，研究人员可以用图解代数去发展、分析以及呈现社会、政治理论。

在描述图解代数的细节之前，值得将其纳入系统论的背景之下。为什么要从系统分析的角度来研究数学建模呢？许多研究者——不管他们研究的是社会科学、物理科学、自然科学还是工程科学，经常会使用系统论的思维方式去思考。我们知道，每件事都会影响到其他事物，又反过来会被其他事物所影响，或者开始影响不同的事物。比如，作为人类组织的成员，我们生活在系统当中。我们的国家、城镇、国际组织、朋友关系和家庭关系都是系统。我们还有司法系统、选举系统、总统系统、国会系统，以及官僚系统。一些小的群体和组织也是系统，比如一个内地城市的帮会就是一个由惩罚、报酬的惯例来规范成员、保持身份认同和凝聚力的系统。我们身边这样的系统数不胜数。

我们的生物特征也是由系统组成。我们的身体是活着的系统；身体内部较小的组成部分也是系统，比如细胞、神经系统、免疫系统、消化系统以及再生系统。每个系统都依赖于其他系统来发挥功能或得以生存，每一层系统也都会为更高级的系统增加复杂性。比如，一个湖泊由一系列物种组成，每个物种都会直接或间接地影响到其他物种；一个狼群是一个有着明显等级区分的系统；一个蚂蚁群体则是有着工

作等级的、高度分化的系统。

我们的物理环境也是由系统组成。房屋是由系统组成的,厕所里面对水的规划和控制也是作为系统来发挥功能的。我们生活在温度可以调节的系统里面,其中取热和制冷设备都是由系统来控制的。甚至一个烤箱也是一个可以自我规范的系统。

我们宇宙中最小和最大的物体也都是由系统组成。原子是元素的系统,光量子群是量子的系统,太阳系也是一个可以帮助我们测量时间和记录季节变化的系统。

我们系统地组织我们的思维,以使它们形成一个可以通过概念来辨认的实体模式。事实上,我们的思维是一个可以回应输入(刺激、新信息等)和输出(物理运动、决策等)的系统。我们很自然地用系统的方式进行思考,因为系统跟我们生存的每一个层次都交织在一起。因此,我们不可避免地要寻找一种语言,来帮助我们描述、分析系统。这样的需求使得"系统分析"(system analysis)得以兴起。

"系统论"这一术语对不同领域的人有不同的含义。在目前被称为"一般系统论"(general system theory)的领域,早期研究者包括 Ludwig von Bertalanffy(1976)、W. Ross Ashby(1956)和 Gerald M. Weinberg(1975)。根据通常的估计,最为庞大和高度分化的关于一般系统论的文献可以追溯到20世纪40年代,虽然一般系统论在此之前已经出现。James Grier Miller(1978)在确定"一般生命系统理论"(general living systems theory)的定义和适用范围方面作出了很大的贡献;该理论可以应用于所有生命体,是比一般系统论更专业的方法。另外,一些电子工程学家会从电流和电路的角度来

看待系统论，另一些人则从机械学的输入和输出角度来看待它。再比如，电脑编程专家是从程序语言的角度来研究系统论的，还有一些人则是从其他的角度来看待这个问题。

本书重点关注的，是在系统论碰到电子工程学和物理工程学时，兴起的一套特殊的数学分析工具。不过，不管这套数学分析工具最初来自哪里，我们研究的是社会系统，而不是电子系统。几乎没有文献试图建立起社会系统和一般系统论之间的联系。事实上，迄今为止，社会系统同非社会科学的一般系统论之间的联系非常薄弱。在社会科学的其他方面，和系统论唯一有实质性的联系，是人们不断地认识到，能够通过了解系统内部的组织和合作关系来研究系统。

本书所描述的系统论可以回溯到 Cortes 等人(1974)的著作。在这些著作中，作者翻译并重新解释了一套主要在工程学文献中使用的数学方法，以便这一方法能被社会科学的研究人员普遍掌握。虽然从实用主义的角度来说，这些努力是成功的，但是和工程学相比，这一方法在描述社会系统方面，仍然有许多显而易见的不同。最引人注目的是，Cortes 等人用“图解代数”，也就是工程学家通常称作的“结构图”(block diagrams)来描述系统；但事实上，工程学家在描述系统的时候更倾向于用“信号流图”(signal-flow graphs)，而不是结构图，因为前者更加简洁。然而，信号流图的这种简洁性又使得它们太过简单和抽象，以至于对大部分社会科学的研究人员来说并不怎么有用。在工程学的文献之外，结构图也被广泛地用于描述与一般系统论有关的非数学过程。不过，如果社会科学也这么做的话，这种新的数学工具只会让人困扰。因此，Cortes 等人选择将结构图与信号流图的代数

部分合并,并用“图解代数”这一术语来特指这一套用来描述社会科学现象的数学工具。

“图解代数”的最佳定义,是“一种将社会科学理论翻译成数学公式的语言”。这种语言被用来简化建模过程,以便发展出用其他方式不太能完成的更为精致的模型,去描述复杂的社会科学思想。由于现在图解代数仍很常见地发展新的使用方式和应用对象,我们还不知道它可以多宽泛地用于解决社会科学的问题。比如,图解代数被引入之后,在动态系统数学方面,已经有了显著的发展。在微分和差分方程(differential and difference equation)、混沌理论(chaos theory)、突变理论(catastrophe theory)方面,也是如此。在这一背景下,本书将描述和扩展图解代数语言,并更新它在上述领域的一些应用。

第1节 | 结构和功能

系统论的核心，是定义与描述系统的结构、功能以及系统对输入的回应。在最根本的意义上，系统的结构是其组成部分的集合，其本质是不变的。一些社会科学家可能不认可人类事物是静止的这一观念，我也不会从根本上否定这一点。然而，有许多事物在相当一段时间内确实是大致不变的；这对我们描述社会系统而言，已经足够。比如，许多民主政体是不断发展、变化的；但是大部分民主政体的选举制度在一段时间内(通常是几十年)，从本质上说是不变的。变化会发生，比如美国在1920年妇女开始有投票权，在60年代随着《吉姆克劳法》(Jim Crow laws)被推翻而有大量的黑人可以投票，或者在70年代18—20岁的人也开始有了投票权。但是在这些年之间，以及在70年代之后，美国的选举制度在结构方面几乎没什么变化。而且，如果我们把选民动员看做选举系统的输入而不是该系统结构的组成部分，那就只有选民动员的输入发生了变化，而投票系统本身自美国内战之后基本没什么变化。

我们不能像观察苹果一样直接观察系统的结构。结构只是一个理论概念。它表明组织人类行为的一些规则。比如，将美国选举系统分割成不同的州和国会区，是该系统的

结构之一。每四年举行一次的总统选举会影响到之后国会中期选举(每两年一次)的投票率,这是美国选举系统结构的又一特征。"赢家通吃"的投票制度和与之相伴的两党系统,也部分地反映了该系统的结构。在国会系统中,比例代表制也是该系统结构的组成部分。对于一个含有民主代议制的混合形式的政府而言,总统、首相、以区为基础的国会席位和党派,完整地体现了其选举系统的结构。

再看看一些围绕在我们身边的规则。这些规则是上层建筑结构的基本组成部分,而这些上层建筑产生并支撑着我们的社会系统。比如,在大部分社会,都有规则反对近亲结婚。再比如,股票市场交易禁止局内人泄露公司的信息。另外,美联储委员会会秘密开会,并且经常故意延迟其报告以降低市场的反应。对珍稀物种的交易是被禁止的。破坏臭氧层的气体的排放是被限制的。发达国家中工作地点的安全性通常是有规定的。分区限制了对私有产权的使用。对物价的控制会限制需求和供给之间的自然平衡。这些例子都部分地反映了我们所处的复杂的、系统的结构。我们不需要在物理上看到这些系统,但是我们知道它们的规则。当我们谈及"系统论"时,我们实际上在讨论对社会结构的定义和分析。我们研究社会结构以了解它们为什么会产生呈现在我们面前的社会现实。

所有的系统结构都会有其功能。一个系统的功能就是该系统的结构所起的作用。在基础系统中,系统的功能沿着既定的路径将输入变成输出。即,一个系统的结构接收到输入,然后输入会有一定的改变并最终变成输出。在更先进一点的系统中,可以有一个反馈循环,让输出作为新的输入重

新进入系统。麦克风是含有反馈循环的。它接收到话筒发出的声音,然后回复的声音会进入扩音器,并将其送到麦克风中;如此继续,直到麦克风产生了扩大了的声音。在这种情况下,系统的结构含有话筒、扩音器和麦克风,它们按照一定的次序连接起来。该系统的功能,是将从话筒输入的声音转变成麦克风输出的声音。在没有反馈的情况下,扩音器是正向路径的唯一组成部分,以连接起话筒和麦克风。

因此,系统的结构通过其功能将输入变成输出。输入不同,输出就不同,系统在输入已进入、而输出尚未最终出现时的中间状态也不相同——但是系统的结构是固定的,或者说不变的。这是因为定义系统结构的规则,会在足够长的时间内保持静止,这让我们研究系统的功能成为可能。

因此,当说到系统的时候,我们一般研究的是同步变化(synchronic change),即在输入、输出方面的变化,而系统结构本身是不变的。如果系统的结构发生变化,就会产生历时性变化(diachronic change)。历时性变化通常意味着旧的系统的消亡和新的系统的诞生。在实际操作中,它的出现通常意味着研究人员需要去发展新的理论和模型。不过,值得指出的是,系统的结构有时候会比较巧妙,甚至可能会出现“历时性变化可以通过同步变化来解释”的情况,而这正是突变理论的模型的一个显著特征。

第 2 节 | 本书实例概览

图解代数作为一种语言,最大的优点是其可以在不同背景下得到应用的灵活性。本书会通过一些不同的例子来反映这一点。这些例子有一些非常基础,但是会对理解图解代数的应用机制有启示意义;另有一些则较为宽泛,会对社会科学文献中一些常见模型的定义提出一些新的、值得深思的问题。

在第 2 章,我会用图解代数重新构造线性回归模型。这一点特别有用,因为它将图解代数(以及更复杂的)模型与常见的简单线性模型做了强烈对比。之后,我会提到一个简单的、含有图解代数一些基本反馈循环的关于选民动员的模型。在结束的时候,我还会用图解代数来得到经济学中著名的“凯恩斯乘数”(Keynesian multiplier)。

第 3 章会介绍图解代数中时间算子的应用,特别是当系统中含有反馈和控制的时候。我会在此基础上进一步发展选民动员模型。在讨论中我使用的例子,是 2005 年伊拉克的选举。我还将讨论这些思路可以怎样应用于其他经验性领域,比如在研究中国的人口增长方面。在第 3 章的末尾,我会用美国工会成员身份的例子来揭示一种估计图解代数模型的方法。

第4章和第5章会描述图解代数可以怎样被应用于系统方程。在这两章中,我发展了 Lewis Fry Richardson 的军备竞赛例子。我会首先介绍 Richardson 初始模型的图解代数形式,然后会揭示为什么事实上这一模型是一系列更为复杂的模型的简化形式。这些更为复杂的模型通常被认为比 Richardson 初始模型更好地抓住了 Richardson 思想的实质内容。这些例子,显示了可以非常简单地用图解代数来进行理论研究。我还用了最小二乘法进行模型估计。在这两章中,第4章关注非连续时间模型,第5章的重点则是连续时间模型。

第6章介绍如何使用图解代数研究非线性系统这一热门话题(也是我个人喜欢的一个话题)。有许多关于非线性系统的代数方法,不过在涉及更复杂的方式之前,我的讨论开始于非线性过滤(nonlinear filter)这一相对简单的机制。之后,我解释图解代数可以怎样去构造关于 logistic 增长的不同版本的模型——它是许多人口模型的一个共同的特点。我也会揭示图解代数可以怎样被用到关于即时和延迟的环境衰变、全球变暖和海平面上升等议题上去。这一章也会回到混沌问题,用图解代数来表示著名的 Lorenz 混沌奇异吸引子(chaotic strange attractor)方程。最后,我会回到 Richardson 军备竞赛模型,表明如何用强制振子(forced oscillator)来研究这一模型。

第7章介绍图解代数关于条件路径(conditional path)的思想。我首先描述条件路径如何与现在社会学文献中重要的理论建构相关联,然后显示图解代数和决定理论(decision theory)或者选择理论(choice theory)之间的相关性。比如,

我会表明用选择理论实时控制系统的结构是可能的。这些应用也包括了一个对 Richardson 军备竞赛模型的修改,还包括怎样用突变理论去对中国从集权到民主的转型建立模型。这些思想允许理论家能够将个人选择和刺激—反应这两个经常(但是也许并不必要)被视为处于理论体系两端的视角结合起来。

在第 8 章,我表明刺激和其他形式的随机性可以怎样被用在图解代数中。这里,我回到 logistic 模型,通过给出一个由图解代数修改过的模型,来研究环境灾难背景下的人口增长问题。然后,我将这一讨论扩展到一个相似的背景,即关于油价快速上涨的问题。这两个问题都是当前的热点问题。研究者希望通过图解代数在这两个问题(以及其他重要问题)的模型中,加入现实的复杂性,以更具实际意义。

第 9 章回到图解代数本身潜在的一些理论问题。这里,我将在系统层级中分出三类系统均衡(system equilibrium),即系统稳定性(system stability)、变量稳定性(viable stability)和元均衡(meta-equilibrium)。这也是我用最为一般的理论来讨论图解代数。我也会将系统稳定性问题和 Nisbet、Rostow、Organski、Ingelhart 以及 Pye 等理论家提出的关于社会发展的思想相联系。图解代数不应该仅仅用来解决模型估计中的参数值。事实上,它既可以狭义地用来确定研究模型,也可以广义地对一些重要的学术领域进行理论化,或者在此二者之间寻找一个平衡。

第2章

图解代数基础

在社会科学中使用图解代数,不仅有助于理论建构,还有助于理解线性回归模型。可以说,社会科学中用得最广的就是线性回归模型。线性回归模型的参数估计有许多方法,其最终结果通常是一张含有一系列自变量、与自变量相关的参数估计和标准误(standard errors)的表格。从这一角度来说,表格中的一系列变量构成了一个模型。研究者通常会更关心模型是否遗漏了一个乃至更多的重要变量,尽管有时候模型的方程形式(functional form)也会被讨论到。

使用图解代数,并不意味着忽略潜在的遗漏变量(omitted variable)问题,但是它确实可以更灵活地让研究者定义更有意义的方程形式。至少,它允许我们提出更为精巧的模型,从而使得模型的代数形式与模型中的变量系列一样重要。从这一方面来说,图解代数提供了一个构建社会、政治理论的代数模型的方法。与常用的线性模型相比,它更加复杂而精致。因此,不同于线性模型,图解代数促进了越来越多的科学理论的发展。而且,正如本书在结尾部分将要揭示的,这些理论来源于理论家的思考,而非图解代数本身。

研究者掌握图解代数语言是有益的。图解代数是一种用来描述一个系统的结构和功能的语言。通过图解代数,我

们可以确定系统结构的组成部分,然后可以将这些组成部分结合在一起,来考察结构的功能。因此,系统的结构会让我们对其功能有所了解。一旦我们用图解代数确定了系统的结构和功能,就可以转过来分析系统对不同输入的回应。最后,我们可以在系统的视角下用图解代数描述社会过程,并进行因果推论。正如研究者通常所希望的,大部分图解代数模型都可以在数据中得到完全估计。研究者也可以用图解代数发展纯分析性的模型。对这些模型的研究则可以有很多种形式,包括预测、分析和模拟。

图解代数的机制,是用一些基本元素把输入变成输出。这些基本元素位于输入和输出之间,是系统结构的组成部分。它们包括各种算子(operator),以描述这些基本单位怎样把系统从一种状态转变为另一种状态。可以把"系统状态"(state of the system)看做从输入变成输出过程中的测量点。换句话说,输入在变成输出的过程中,会经历不同的中间状态,它们就是系统的状态。基本元素会把一种系统状态变成另一种系统状态。所有这些在系统最终出现输出之前发生。

在图解代数中,基本元素通常用方框表示。算子出现在方框里面。连接起来的方框的集合组成了系统的结构。通常情况下,输入会在系统结构的左边,而输出在右边。

第1节 | 输入、输出和正向路径

所有系统都有输入和输出。对于只有一个方程的模型,在许多情况下,输入被认为是模型的自变量,而输出是模型的因变量。这里说"在许多情况下",是因为有可能自变量并不一定就很明确是输入,比如一些连续时间动态模型(continuous-time dynamics model)中的时间变量,这在本书稍后部分会提及。同样,有时候输入并不真的就是多元回归分析意义上的自变量。事实上,一个变量是自变量而另一个变量是因变量的思想,通常暗示了是自变量导致了因变量的变化,同时没有其他显著重要的变量导致自变量的变化。即,因果关系是单向的,从自变量到因变量。但是在许多有意思的系统里面,一个变量仅仅是自变量的观点并不成立。实际上,系统分析的首要观点是,每个事物都会影响其他事物,或者至少一些其他的事物。因此,一个系统可能并不真的拥有完全独立的自变量。正是在这一意义上,当我们谈及系统的时候,我们通常使用输入这一词,而不是自变量。不过,这一术语的选择也会根据特定的理论背景和研究者的偏好而改变。

在用因变量去描述系统的输出时,也存在类似的问题。当然,我们可以使用这些术语,只不过要注意其含义可能与

它们在统计分析中的用法不完全一致。比如，在多重回归分析中，因变量可能在系统的多个地方出现。在讨论系统时，最通常的用法是把因变量称为输出。同样，对这一术语的选择也取决于特定的理论背景和研究者的偏好。另外，在含有多重方程的模型中，可能有不止一个的输出或者因变量。一个更直观的理解是，输入是那些进入系统并使之工作的，而输出是系统由于加入了输入而最后产生的结果。使用动力学中的术语，可以把汽油想象为输入、引擎想象为系统，而汽车的向前移动作则是输出结果。

可以用一个简单的、具有启发意义的例子来描述这一点。比如，在政治竞选中，工作人员会一家一户地游说潜在的选民支持其候选人。假设一部分这样的游说成功地获得一些选民的支持，这就组成了一个简单的系统。为了让这个例子中的系统足够简单，以便于我们先只关注于描述其结构的图解代数，我有意识地避免使其更加现实和复杂(比如，有人可能会问:会不会有一些工作人员接触过的投票者，不管工作人员是否敲他们的门他们都会去投票)。该系统的输入是工作人员的游说行为，输出则是对选民的动员。图 2.1 表现了这一系统。

选举动员 (C_t) ⟶ p ⟶ 投票 (V_t)

图 2.1 图解代数关于选举动员的一个简单的系统

在图 2.1 中，C_t 是系统的输入，它表示游说过程中工作人员在时间 t 所接触的人数。图中的方框是系统的一个基本元素，它含有参数 p。该参数是算子的一种形式，在图解代数语言中被称为“比例转变参数”(parameters of proportional

transformation)。图 2.1 中模型的意思是，一定比例(p)的人被工作人员(C_t)游说，被动员去投票。这一系统的输出是 V_t，它表示被动员去投票的人数。从 C_t 到 V_t 的路径叫“正向路径”(forward path)，因为这一系统输入“正向”地随着这条路径得到了输出。通常，正向路径从左边到右边。

图解代数总是可以翻译成代数形式。图 2.1 的代数形式是：$V_t = pC_t$。这源于图解代数的一条最基本的法则：

图解代数法则 1：*在同一路径上流动的单位是相乘关系。*

也就是说，我们从输入开始，将其与正向路径上的任何东西相乘，其结果就等于系统的输出。这一简单的模型表明，一定比例(p)的被工作人员(C_t)动员起来的选民转变成了投票者(V_t)，这意味着我们用 C_t 乘以 p 来得到 V_t。

现在，用图解代数去表示一个常见的简单线性回归方程就相对简单了。这也使我们可以介绍图解代数的第二条基本法则。图 2.2 中的线性回归模型有四个自变量，一个截距项，一个因变量。为了简单起见，残差项被省略了。

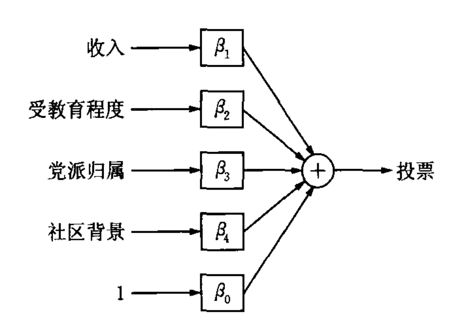


图 2.2 一个含有四个自变量、一个截距项和一个因变量的简单回归模型

图 2.2 中的图解代数模型表明，一个人的投票可能性取

决于他的收入、受教育程度、自我描述的党派归属以及他所在社区的党派组成背景。注意,该图中有五条正向路径,有四条是上述四个自变量所代表的输入。下面将描述第五条正向路径。图2.2中的代数形式可以用方程2.1表示:

$$\text{投票} = \beta_0 + \beta_1 \times \text{收入} + \beta_2 \times \text{受教育程度} + \beta_3 \times \text{PID} + \beta_4 \times \text{背景} \qquad [2.1]$$

其中,PID表示党派归属,背景表示社区背景。注意,图2.2中的所有正向路径在方程2.1中放在了一起。这体现了图解代数基本法则中的第二条:

图解代数法则2:合并相交叉的所有路径,是相加关系。

注意,图2.2中有一条正向路径包含了输入1和参数β_0,这反映的是回归方程的截距;在许多统计软件的参数估计中,一个全是1的列通常会被加入到数据矩阵里作为新的变量。因此,就计算来说,截距通常只是斜率和"变量"1的乘积,它事实上只是一个迭加的常数项。最后,还要注意图2.2中的模型是静态的,因为时间因素还没有出现在这些变量之间的结构性关系中。该模型仅仅是希望确定四个关于个人特征的自变量的值如何影响因变量的值。因此,在这一例子中,用自变量、因变量而不是输入、输出来描述并不会产生歧义,因为它描述的是一个多元回归模型;在此模型中,自变量、因变量的叫法完全合适,因果关系也很清楚。不过,读者应该注意到这是一个有意设计出来的简单的模型。为了强调它的启示意义和所体现出来的图解代数的机制,那些可能使其更接近现实(从而更复杂)的其他因素都没有被提及。

总结一下,图 2.3 体现了图解代数前两条基本法则的应用。注意,在该图的方框中使用了"算子"这一概念。"比例转变参数"是基本元素里的一种算子,其他算子则会在本书稍后讨论。另外,在图 2.3 的下半部分,两个不同的输入在被"送往"正向路径上的同一算子之前相加了。这只是可以进行无限组合的输入、算子和输出的关系中的一个简单例子。另外,这两个输入并不需要从一开始就在左边进入模型。在图解代数中,只要理论上站得住脚,几乎任何地方都可以加入输入或者放置算子。

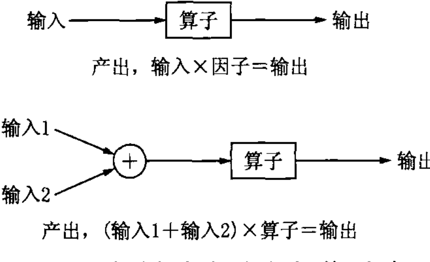


图 2.3 图解代数法则 1 和法则 2 的一般表示

第 2 节 | 反馈循环和曼森法则

规范和控制是图解代数建构模型的主要优势，而这通常用反馈循环（feedback loops）来完成。一个反馈循环就像是一个输入，但它源于系统本身而不是系统外部。在许多系统中，输出作为另一种输入进入系统。正如之前提到过的，声音穿过话筒反馈到麦克风，然后会导致一个响亮的声音出现，就是这种情形。

让我们回到之前工作人员游说潜在选民的例子。在工作人员与潜在选民交谈之后，这批人中有一些会被动员去支持特定的候选人或者议题。有些被动员的人之后可能开始与他们的邻居、朋友和同事交谈，试着使这些人也支持自己所支持的候选人。因此，被动员的那些人可能作为新的输入进入投票动员系统。他们不是最初的工作人员，所以并不是最初输入的组成部分，而是独立的。但是他们也会像最初的工作人员一样和周围的人互动，这意味着这些新的选举动员将会使竞选的一方得到更多的支持。这与最初的那些工作人员的情况是一样的。

图 2.4 显示了图解代数对反馈循环的一般描述。该图有一个正向（positive）的反馈循环，因为系统的输出回馈到系统，成为系统的正向输入。上述的两个例子，话筒和麦克风

之间反馈的例子,以及竞选动员的例子,都是正向的反馈。但是话筒的例子是动态的,因为从话筒发出的声音(因而反馈的程度)会随着时间的变化而变化。与此相对,图 2.4 中并没有关于时间因素的参与,其输入和输出都没有下标 t。这样的系统叫做"静态系统"(static system)。

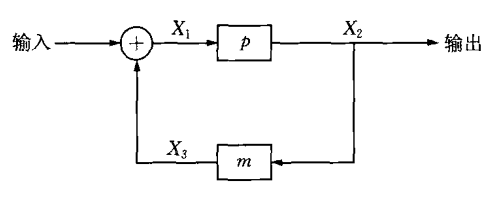


图 2.4 一个正向的反馈循环

正如下面将要指出的,在概念上静态系统和"同步系统"(simultaneous system)是不同的,因为静态系统完全独立于时间因素。线性回归模型将一系列自变量和一个因变量相联系,就是静态系统常见的例子,除非有变量有时间下标 t。比如,对收入和受教育程度进行相关分析就是静态的,它与在某一时间点上观测收入和受教育程度的相关关系不同,因为后者所观测到的相关关系可能会随着时间点的不同而不同。这一差别在稍后用图解代数讨论以时间为基础的算子的时候尤其重要。

可能有人会很自然地质疑说,选举的反馈过程怎么可能是静止的(或者是同步的),它不是随着时间而变化的吗?这个问题取决于我们怎样对反馈过程进行概念化。本书稍后会介绍时间算子,它可以精确地确定反馈过程发生的时间。但是图 2.4 中并没有出现这样的时间算子。在该图中,伴随着反馈循环,输出的一部分重新进入系统,并作为输入出现,

然后又通过反馈循环，输出的一部分再次进入系统……这一过程会不断继续下去。在静态系统中，反馈参数（feedback parameter，在这里是 m）表示了这些不断继续的反馈循环的总和。这一过程看起来就像是一个均衡，或者说是一个有限制时段的事件（比如一次选举动员）的总结。

同样很重要的是，输出通过反馈循环重新进入系统之后并不会减少。也就是说，反馈过程并不会因为要重新利用输出而消除它。比如，当话筒重新使一些输出进入到系统的扩音过程时，这一过程并不会把声音从麦克风中消除。输出仍然是输出，它只是单纯地反馈到了系统。

注意，图 2.4 中的变量 X_1，X_2 和 X_3。这些是系统的状态，也就是系统在不同时点下的值。在图解代数中，模型最后的代数形式不会保留系统状态。系统状态只是为了从代数上方便我们确定模型的最后形式。比如，在这个系统中：

$$X_1 = 输入 + X_3$$

$$X_2 = pX_1$$

$$X_3 = mX_2$$

注意，X_2 等于系统的输出。通过替代并消除系统的状态，可以将该模型写为：

$$X_2 = p(输入 + X_3)，X_2 = p(输入 + mX_2)$$

由于 X_2 = 输出，有：输出 = p(输入 + m 输出)，

或者，在整理之后，

$$输出 = 输入[p/(1 - pm)] \qquad [2.2]$$

这个推导指向了以其作者命名的曼森法则（见 Cortes et

al.，1974:104)。曼森法则可以快捷地发现单一反馈循环方程。用术语来说,曼森法则是用正向路径除以 1 减去正向路径和反馈路径的乘积的差。换句话说,曼森法则用来确定单一反馈循环的方程,它可以表示如下:

曼森法则: 正向路径 /[1－(正向路径)×(反馈路径)]

这一项与系统的输入相乘,就等于系统的输出。虽然系统的状态总是可以确定图解代数所表示的代数方程,但有时候曼森法则更加方便。这里,我们介绍它只是为了方便理解图解代数。在实际操作中,研究者也不一定愿意用到这一法则。

第 3 节 经济学的一个例子：凯恩斯乘数

凯恩斯乘数(Keynesian Multiplier)是经济学中使用正向反馈循环的一个例子。让我们首先考虑一个系统，该系统中国家的总收入是投资和消费的方程。消费是系统的另一种输入，因为消费者会花钱购买产品，这样会使他们的收入重新进入经济模型中。通过图解代数，我们可以像图 2.5 一样，把这个简单的经济模型画出来。

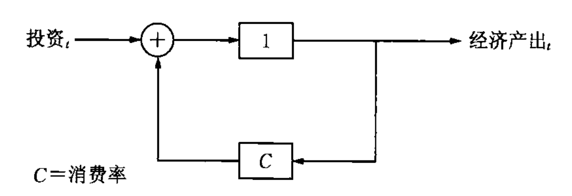


图 2.5 凯恩斯乘数：经济产出作为消费和投资的函数

注意，图 2.5 中的正向路径有一个含有数字 1 的基本元素。这是一个“不变的转换”，简单地说是一个单位算子。在这一模型中，所有的投资都被转化为经济产出，在这一过程中并没有什么损失。另外，请注意投资和经济产出带有同样的时间下标 t。这意味着该系统是一个依赖于时间的同步系统，因为所有的投资都被立即记作(或者转化为)经济产出。

这一方程的图解代数形式可以用方程 2.3 表示,也可以通过曼森法则很容易得到:

$$经济输出_t = 投资_t[1/(1-c)] \qquad [2.3]$$

其中,$1/(1-c)$ 就是通常所说的凯恩斯乘数。

方程 2.3 通常可以用方程 2.4 的统计形式来估计,其中,参数 β_0 是截距,β_1 是斜率。

$$经济产出_t = \beta_0 + \beta_1 投资_t \qquad [2.4]$$

注意,截距可以像在图 2.2 那样加入到图 2.5 的图解代数图中。在本书中,为了更加简洁,截距经常在图解代数图中省略,读者可以根据需要自己加入这些截距项。从方程 2.4中,我们可以看到,$\beta_1 = 1/(1-c)$。因此,如果我们要估计方程 2.4,并得到参数 β_1,我们也需要估计参数 c 的值,它可以通过 β_1 得到。

这一简单的例子体现了图解代数的一个有用的特征。即,我们的真正兴趣并不是 β_1 的值,而是 c 的值。图解代数正好可以帮助我们看到这一点。如果从方程 2.4 中的统计模型(即,没有用图解代数对消费进行呈现)开始,那么可能不会意识到投资和经济产出之间的关系还存在着消费这一因素的反馈效应。因此,图解代数可以帮助我们弄清楚许多相似模型的定义。在这些模型中,我们感兴趣的参数嵌入在可以被估计出来的统计参数中。在这个例子里,由于凯恩斯乘数比较好理解,有人可能说该模型的图解代数形式并不需要。这种说法在这个例子中可能是对的,但是,还有许多其他的模型,其定义更加复杂,并不那么容易就知道。正是在这些情况下,图解代数会显得特别有用。

这一例子还有助于揭示图解代数的另一方面，而这一方面有时可能会被误解。注意，在图2.5中，有一个箭头从经济产出$_t$开始，在重新进入该系统时，于含有加号(+)的反馈循环的下半部分指向了参数c。但这并不是说，因为有加号，就有东西从经济产出$_t$中减去了一部分。事实上，从经济产出$_t$到参数c的箭头并没有减少经济产出$_t$的值，而是当反馈循环开始时，对经济产出$_t$的一个测量开始了，它的一部分(c)重新被输入到经济系统当中。换句话说，反馈循环的开始并没有从正向路径中“拉”出新的东西来。它只是在系统某点的正向路径中指向了一个变量，以便这个变量的部分值可以在其他地方进入系统。

还要注意，就像所有的静态的和同步的系统当中那样，参数c同时体现了一系列负向的(diminishing)反馈循环。之前描述的图2.4中的参数m也是如此。在第3章，我们会讨论怎样用时间算子来对反馈过程建立模型，并追踪输出实际反馈到系统的时间。

第3章

图解代数和非连续时间线性算子

迄今为止,我们还没有怎么讨论时间的作用。在系统背景下将变量之间关于时间的关系结构化,是图解代数的最大长处之一。本书剩下部分将要讨论的所有模型,都是用图解代数来达到这一点。首先要解释的是非连续时间的图解代数的应用。非连续时间意味着使用了差分方程(difference equation),这在社会科学中很常见,因为许多社会科学的数据都不是在连续的时点上收集的。这样的例子包括普查数据、经济数据、选举数据和投票数据(polling data,经常和选举联系在一起)。至于微分方程,它是用来对连续时间过程建立模型,这会在稍后讨论。同时含有连续和非连续部分的模型也可以用图解代数建立。它们叫"计量"(metered)微分方程,本书稍后会在基于时间差异性的微分方程的背景下加以讨论。

本书的所有算子都是线性的(特别参见 Allen, 1963: 725;也参见 Goldberg, 1958)。这对于非连续时间和连续时间的算子都适用。为什么说这些算子是线性的呢?线性条件要求算子满足两条法则(参见 Cortes et al., 1974:293—294)。第一条法则是齐性(homogeneity)法则。也就是,如果将一个常数和一个变量相乘,然后再乘以算子,会和将算子

和变量相乘，然后再和常数项相乘的结果一样。用方程来表示，可以写成：

齐性：算子 ×[常数 × 变量] = 常数 ×[算子 × 变量]

对于比例转换算子，可以简单地乘以另一个常数来表明这一法则，即，$abY_t = baY_t$，其中 a 和 b 都是常数。齐性法则也适用于本书提到的其他算子。这一点我们会在介绍这些算子的时候表明。

线性的第二个原则，是重叠(superposition)法则。重叠法则对研究差分和微分方程很重要，对许多动态过程也很重要，包括在量子力学(比如，Aczel，2003：85)中会遇到的状态的重叠。总的来说，重叠法则是说一个方程的两个或者更多的解的叠加或者线性的叠加，也是该方程的一个解(Zill，2005：130)。在线性算子的背景下，一个算子乘以两个变量的和，等于将这一算子分别乘以这两个变量，然后把其结果相加。用符号表示，它和乘法分配率很像，即 $a[X_t + Y_t] = aX_t + aY_t$。用算子表示，可以写做：

重叠：算子 ×[变量 1 + 变量 2] = 算子 ×[变量 1] + 算子 ×[变量 2]

与齐性法则一样，重叠法则也适用于本书的各种算子。同样，只要有算子满足这两条原则，它就是线性的。而且，由于一个线性算子的倒数会颠倒这个算子的方程，以使算子所涉及的变量回到其最初状态，线性算子的倒数也是线性算子。

第1节 | 非连续时间的延迟算子和加速算子

许多社会现象是在一些延迟之后发生的,也就是,给了一个刺激之后,反应会在之后某个时间出现。在图解代数中引入这样的延迟效应,需要延迟算子(delay operator)。这个算子写做 E^{-1},可以读作"E 的倒数"。但是也有一些其他的社会现象因为一些对未来会发生或者认为会发生的事件的期望而发生,从而使得一些事件会在另一些事件发生之前发生,这就与延迟效应完全不同。在这样的情况下,需要一个加速算子(advanced operator),即 E^1。E^{-1}是 E^1 的倒数。E^{-1}将变量 Y_t 变成 Y_{t-1}。而加速算子 E^1 将变量 Y_t 变成 Y_{t+1}。为了方便起见,我们把 E^1 写成 E,不把上标标出。需要注意的是,如果一个加速算子在系统内不止一个时点被带入到未来的期望中,那么就该用到适当的上标,而上标的值就是时点的个数。与延迟算子类似,加速算子也在许多社会现象中常常出现。比如,人们在股市上购买股票时,是带着股票升值的期望的,其行为发生在期望的结果发生之前。在社会学文献(参见 Mare & Winship, 1984)所提供的另一个例子里,一些年轻人带着能找到工作的期望退学,而另一些人待在学校或去参军,因为他们认为现在去找一份满意的工作不太容

易;还有一些人可能会退学,因为他们认为即使上学也只会面对不好的工作机会。这些会造成自我预言的实现(self-fulfilling prophecy),对于没有得到太多鼓励的少数族裔的年轻人而言,这可能是一个更为严重的问题。

E 和 E^{-1} 都是线性算子。根据齐性法则,$E[aX_t] = a(E[X_t]) = aX_{t+1}$。根据重叠法则,$E[X_t + Y_t] = EX_t + EY_t = X_{t+1} + Y_{t+1}$。与此类似,对于 E^{-1} 而言,$E^{-1}[aX_t] = a(E^{-1}[X_t]) = aX_{t-1}$,$E^{-1}[X_t + Y_t] = E^{-1}X_t + E^{-1}Y_t = X_{t-1} + Y_{t-1}$。

回到之前工作人员在社区里敲门进行选举动员的例子,让我们再来看一看 2005 年 1 月发生在伊拉克巴格达的选举。在这个月里,伊拉克和美国的官员计划为产生一个新的伊拉克政府而举行大选。各党派的政治家积极地寻求民众的支持,但是反对美国继续留在伊拉克的叛乱分子则警告民众不要去投票(参见 Filkins,2005)。在这一情况下,叛乱分子试图阻止伊拉克人民去投票的努力会有一个延迟的效应。首先,大选的工作人员会和潜在的选民互动。潜在的选民可能会受此影响,从而考虑支持该候选人或者党派。这些被动员的潜在选民的一部分会被与叛乱分子合作的线人观察到,而这些线人也许会寻求证据,以表明这些被工作人员接触过的人可能更倾向于参加选举。如果他们怀疑这一点,就会把他们的怀疑报告给叛乱分子。叛乱分子立即会与潜在的选民接触,可能会威胁杀死这些选民或者他们的家庭成员。同样,这些恐吓会有一个延迟,因为需要有一段时间让线人去观察潜在选民对选举动员的反应,然后再报告给叛乱分子。从系统的角度而言,这一状况可以用与延迟反馈过程相关的

规范和控制术语来描述。

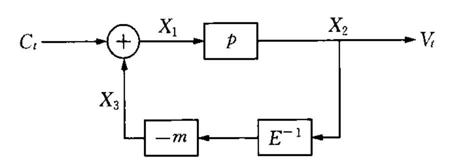


图 3.1 含有负向延迟反馈循环的选举动员

利用图解代数,这一情况可以用图 3.1 表示。其中,系统的输入是 C_t,它表示工作人员所接触并游说的潜在选民。系统的输出是 V_t,表示这些接触所产生的选民结果。该图的正向路径与图 2.1 实质上是一致的,因为有一个与输入相关的比例转换参数 p。不同的是,首先,输入加入到反馈路径中,变成 X_1,即系统的第一个状态;其次,根据参数 m 的符号,这一反馈路径被称为“负向的反馈循环”(negative feedback loop)。也就是说,参数 m 在它重新进入系统之前,按比例负向地转化系统的输出 X_2。注意,延迟算子 E^{-1} 也是在反馈路径之上,它延迟反馈路径的上一个时间点。

直观地理解图 3.1 中负向反馈循环的社会意义,简单地说,就是伊拉克的叛乱分子基于工作人员是否成功地动员新的选民而校正他们的行为。随着工作人员动员到新的选民 X_2,叛乱分子会增加他们恐吓的力度。工作人员动员得越成功,恐吓的力度就越大,在代数上这就意味着系统的状态 X_3 会负向增大。这是一个经典的关于规范和控制的运算方式。

在这一例子中,通过曼森法则以及解决系统的状态来获得图 3.1 中的图解代数图,是很有启示意义的。我们从系统的状态开始,

$$X_1 = C_t + X_3$$

$$X_2 = pX_1$$

$$X_3 = -mE^{-1}X_2$$

注意，X_2 也等于 V_t，于是可以替代或者消除这一系统状态。将 X_1 代入，有 $X_2 = p(C_t + X_3)$，然后可以把方程 3.1 写成：

$$\dot{X}_2 = p(C_t - mE^{-1}X_2) \qquad [3.1]$$

替代 X_2，有：

$$V_t = p(C_t - mE^{-1}V_t);$$

或者，在运算 E^{-1}之后，有方程 3.2：

$$V_t = pC_t - pmV_{t-1} \qquad [3.2]$$

由于在大部分社会科学中(经济学除外)，通常把小一些的时间下标写成 t，大一些的时间下标写成 $t+_$，我们可以在方程 3.2 两边同时乘以加速算子 E，从而得到方程 3.3：

$$V_{t+1} = pC_{t+1} - pmV_t \qquad [3.3]$$

方程 3.3 是一个含有常数项的一阶线性差分方程。关于这些方程是有完整的理论的(Goldberg, 1958)。在经济学中，通常在差分方程中用 t 表示最高的时间点，而用 $t-_$ 表示较小的时间点。如果遵照这一通常的做法，该模型会变成方程 3.2 的形式。但是不管怎么说，方程 3.2 和方程 3.3 是等同的，它们之间可以通过在方程两边乘以加速算子 E，或者延迟算子 E^{-1}来得到。这些算子都是线性的，所以它们服从于代数的基本法则。由于它们只针对随着时间而变化的

变量,所以对常数项没有影响。

我们也可以用曼森法则从图 3.1 中得到方程 3.3。由于这么做不需要利用系统的中间状态,因此有时候会更方便。直接应用曼森法则到图 3.1 中的图解代数图中去,有:

$$V_t = C_t[p/(1 + pmE^{-1})]$$

整理后得到:

$$V_t(1 + pmE^{-1}) = pC_t$$

于是

$$V_t + pmV_tE^{-1} = pC_t$$

应用延迟算子 E^{-1},有:

$$V_t + pmV_{t-1} = pC_t$$

然后在方程两边同时乘以 E,可以得到:

$$EV_t + pmEV_{t-1} = pEC_t$$

根据 E 的定义,可以改写为 $V_{t+1} = pC_{t+1} - pmV_t$,这与方程 3.3 一样。

第2节 | 在图解代数中包含叠加常数项

由于估计回归模型的时候通常会有叠加常数项(additive constant),一些研究者可能也想在图解代数中包含一个不引入反馈循环的叠加常数项。有很多种方法可以达到这一点(比如 Przeworski, 1975),下面将讨论两种不同的方法。第一种见图 3.2;第二种方法相对容易些,将在稍后讨论。在实际操作中,如果用第二种方法,常数项有时候会在图解代数的分析中省略掉,直到该模型进入了数据验证阶段。这些方法也可以用于不止一个常数项的模型中。比如,如果研究者希望得到一系列含有不同的控制变量、斜率和截距项的方程,也是可以做到的。也有其他方法可以把常数项放入模型,这里提到的两种方法仅仅只是范例。

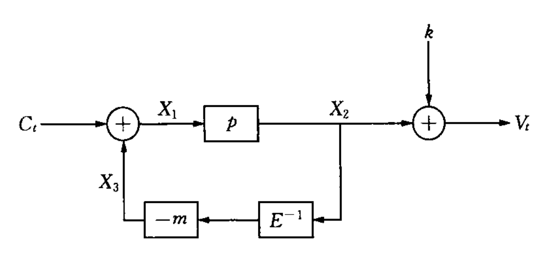


图 3.2 在反馈循环之后加入一个常数项

在图 3.2 中,常数项 k 在反馈循环之后加入到模型。这样做既有实际意义,也有一些代数上的复杂性。在现实中(继续之前伊拉克选举动员的例子),有可能叛乱分子只会对大选工作人员和潜在选民之间的互动做出反应。也就是说,如果常数项代表的是另外一些并非来自于大选工作人员的投票动员过程,那么叛乱分子可能不会对此做出反应。比如,新增的投票支持可能来自于媒体宣传;如果是这样的情况,叛乱分子可能不会去控制谁听取了这些宣传,因此他们可能缺乏恐吓这些潜在选民的手段。因此,反馈循环在常数项进入这个模型之前开始。源于这方面的代数上的复杂性可以通过检验该模型的简化形式看出来,而简化后的模型也可以最终通过回归方程进行估计。

对含有常数项的方程 3.3 的估计(为简便起见,省略了残差项),可以用方程 3.4 表示:

$$V_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 C_{t+1} + \beta_2 V_t \qquad [3.4]$$

根据该方程和图 3.2 中的模型,有 $\beta_0 = k(pm+1)$,$\beta_1 = p$,$\beta_2 = -pm$。β_0 的方程初看起来可能很奇怪,但是它符合图解代数。回到方程 3.1,我们不能再简单地用 V_t 代替 X_2,因为 V_t 现在包括了一个常数项,而这并不是 X_2 的一部分,即,$V_t = X_2 + k$,因此,$X_2 = V_t - k$。将其代入方程 3.1,可以得到方程 3.5:

$$V_t - k = p[C_t - mE^{-1}(V_t - k)] \qquad [3.5]$$

去掉括号,得到方程 3.6:

$$V_t - k = pC_t - pmE^{-1}V_t + pmkE^{-1} \qquad [3.6]$$

由于 m, p, k 都是常数,E^{-1} 对它们没有作用,因此,方程 3.6 中最后一项的延迟算子可以被消去。整理后,应用 E^{-1} 到 V_t,然后在方程两边同时乘以 E,以使所有的时间下标变成 $t+1$,得到方程 3.7:

$$V_{t+1} = pC_{t+1} - pmV_t + k(pm+1) \qquad [3.7]$$

现在可以清楚地看到,$k(pm+1)$ 等于方程 3.4 中的 β_0。因此,方程 3.7 和方程 3.3 是一致的,除了方程 3.7 中多了一个常数项。

得到 β_0, β_1 和 β_2 的值后,需要计算参数 m, p, k 的值。这是一个很直观的代数问题,因为有三个方程和三个未知数(即,$\beta_0 = k(pm+1)$, $\beta_1 = p$, $\beta_2 = -pm$)。除此之外,估计出来的参数 β_0, β_1 和 β_2 在一些其他地方也有用。比如,图 3.2 中的动态模型方程可以直接用它的简化形式(方程 3.4)来确定。因此,如果估计出的参数 β_2 的值在 -1 到 0 之间,那么这一模型会显示出随着时间趋于一致的振动(oscillatory)行为;如果 β_2 的值小于 -1,那么该模型会预测系统的不稳定的振动。在选举动态的性质之下,这是一个很不稳定的结果。当然,该参数的其他值也可能会产生不同的动态行为。读者在任何关于有限数学(finite math)的教材中,都可以找到对含有常数项的一阶动态线性差分方程的完整描述,我个人建议参考如下教材:Goldberg(1958),Goldstei、Schnieder 和 Siegel(1988:第 11 章)以及 Baumol(1970)。

另外,这一模型的均衡值可以通过设定 $V_{t+1} = V_t = V^*$,然后将 V^* 代入方程 3.4 中得到:

$$V^* = [\beta_0 + \beta_1 C_t]/(1-\beta_2)$$

只有在 C_t 不变的情况下,V^* 才是不变的,不然它就是一个由系统输入决定的“动态均衡值”(moving equilibrium value)。因此,系统的输入常常被认为是“系统的动力”。对含有这些特征的差分方程的更广泛的讨论,可以参考 Huckfeldt、Kohfeld 和 Likens(1982)。

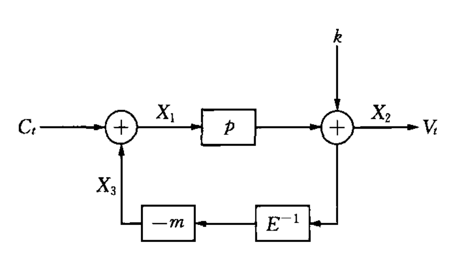


图 3.3 在反馈循环之前加入一个常数项

现在我们回到之前提到的第二种方法,这可以用图 3.3 表示。在该图中,模型的常数项出现在反馈循环的开始,而不像在图 3.2 那样出现在反馈循环的后面。继续之前伊拉克选举的例子。从现实的角度可以提出理论说,伊拉克的叛乱分子追踪了整个选举动员过程,而不仅仅只是关注大选工作人员和潜在选民之间的互动。如果这些叛乱分子通过不同的方式感觉到投票动员过程(比如,媒体的报道、与他人的接触)威胁到了他们的利益,那么他们可能会试图通过恐吓整个潜在的投票群体,而不仅仅是那些与工作人员有接触的人,来压制人们对投票的参与。这些恐吓一个群体的策略,可能包括目标更广泛的暗杀和炸弹袭击。

在这样的背景中,伊拉克叛乱分子的反馈性压制(repressive feedback)是对该模型正向路径和新增的输入 k 的反应。与图 3.2 中的方法相比,它对模型的代数形式做出

了改变和简化。在图 3.3 中，注意，$X_2 = pX_1 + k = V_t$。首先，有：

$$X_1 = C_t + X_3$$

$$X_2 = pX_1 + k$$

$$X_3 = -mE^{-1}X_2$$

通过代入，得到方程 3.8，并简化为方程 3.9：

$$V_t = p[C_t - mE^{-1}V_t] + k \qquad [3.8]$$

$$V_{t+1} = pC_{t+1} - pmV_t + k \qquad [3.9]$$

将方程 3.4 作为该模型的简化形式，有 $\beta_0 = k$，$\beta_1 = p$，$\beta_2 = -pm$，同样也有三个方程和三个未知数。

另外，还有一些其他的方法，可以在图解代数模型中包括常数项。第一个应用是 Przeworski(1975)发表在《美国社会学评论》(ASR)上的，那个模型就是在反馈循环的结尾插入了常数项。这和把它放在图 3.3 X_1 之前的加号上相类似。在我自己的一个已经发表的例子中，常数项被放在多重正向路径的加号之后(Brown，1991：191)。总的来说，图解代数所有组成部分的位置，仅仅取决于研究者讨论的社会理论。因此，模型定义之间有差别是正常现象。

第3节 | 非连续时间的差分算子和积分算子

到现在为止,关于模型中的时间因素我们仅仅讨论了延迟算子和加速算子。但是,一些现象要求模型包括变量在两个时点之间的差,或者变量在多个时点上的值的和,或者兼而有之。这样的算子就是差分算子(difference operator)和积分算子(summation operator)。由于这两种算子互为倒数,这里把它们放在一起讨论。

差分算子写做 Δ。像所有的时间结构算子一样,Δ 只对有时间下标的变量有效。按照定义,$\Delta X_t = X_{t+1} - X_t$。$\Delta$ 是一个线性的算子,这可以用齐性法则和重叠法则检验。根据齐性法则,$\Delta[aX_t] = aX_{t+1} - aX_t = a[X_{t+1} - X_t] = a(\Delta[X_t])$。根据重叠法则,我们需要证明 $\Delta[X_t + Y_t] = \Delta X_t + \Delta Y_t$。注意,$\Delta[X_t + Y_t] = [X_{t+1} + Y_{t+1}] - [X_t + Y_t] = [X_{t+1} - X_t] - [Y_{t+1} - Y_t] = \Delta X_t + \Delta Y_t$。因此,$\Delta$ 满足这两条所有线性算子都要满足的条件。

在研究社会过程的时候,对变量从一个时点到另一个时点的值的变化而不是对变量值的本身来建立模型,这是很常见的。回到伊拉克选举的例子。现在假设决定参与选举的人数不依赖于选举动员的程度 C_t,而是依赖于动员程度的变

化。这样假设的理由是，选民会把选举看做那些希望赢得选举和希望他们输的人之间的一场战争。动员程度的增加，可能会使得那些希望选举胜利的潜在的选民在选举动员中变得引人瞩目，从而会鼓励人们在投票日参加选举。另一方面，如果动员程度不变或者降低，那么潜在的选民可能会认为那些反对选举的人占据上风，从而阻碍了民众参与选举的势头。

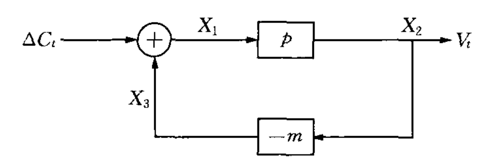


图 3.4　在正向路径开始之前加入差分算子

图 3.4 揭示了变量 C_t 所发生的变化。在该图中，为了简便起见，我们没有包括常数项和延迟算子。积分算子和延迟算子则会在晚些时候加入，以表明这些因素如何改变模型的方程。

我们可以通过曼森法则获得图 3.4 所表示的代数模型。这里用方程 3.10 表示：

$$V_t = \Delta C_t[p/(1+pm)] \qquad [3.10]$$

注意，在方程 3.10 中，参数 p 和 m 与 C_t 的关系都是非线性的。估计的时候，这个模型将会导致过度估计(over-determination)，因为有一个斜率的估计，比如说 β_1，会等于 $p/(1+pm)$。因此，尽管可以估计出 p 和 m 的值，这么做本身是无效的。这个问题的产生，并非由于在模型中包含了差分算子，而是因为该模型的结构并没有像我们在图 3.3

的反馈循环中包含一个延迟算子那样,用时间区分参数 p 和 m。

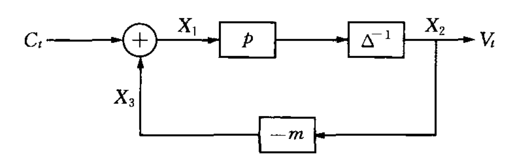


图 3.5 在正向路径中包含非连续时间积分算子

与其重新在反馈循环中放入延迟算子,不如在模型的正向路径中放置一个积分算子。为了方便,我们回到之前的一个模型,即认为系统的输入 C_t 作为每日的或者每周的选举动员,并没有变化,如图 3.5 所示。Δ^{-1}算子是一个积分算子,读作"Δ 的倒数"。在该图的正向路径中,它是用来积累或者加总那些工作人员动员起来的新的选民。这么做还有一个现实考虑,下面将会提及。但是在此之前,有必要讨论一下 Δ^{-1}算子所起的作用。

这两个算子,Δ 和 Δ^{-1}互为倒数,因为它们的交互项 $\Delta\Delta^{-1}$等于单位算子 I。即,$\Delta\Delta^{-1}Y_t = IY_t = Y_t$(见 Goldberg, 1958:41—44)。

Δ 是同一个变量在不同时点上的差值,而 Δ^{-1}则要求我们找到一个方程,当求它的差分的时候,会产生同样的值。因此,如果 $\Delta Y_t = y_t$(其中 y_t 是差值,可以为任意项,包括常数项),那么 $Y_t = \Delta^{-1} y_t$。Δ^{-1}类似于微积分中的积分。就像在微积分积分的运算中比微分更有挑战性那样,用 Δ^{-1}比用 Δ 更难。幸运的是,倒数算子的性质可以让我们很容易在实际操作中消除 Δ^{-1},下面的例子将说明这一点。

这对表明为什么 Δ^{-1}实际上会随着时间累积是有用的。

假设Δ^{-1}把输入C_t转变为V_t，这可以用方程3.11表示：

$$\Delta^{-1}C_t = V_t \quad [3.11]$$

由于Δ^{-1}是Δ的倒数，$\Delta V_t = C_t$，也就是$V_{t+1} - V_t = C_t$。于是可以重新写做：

$$V_{t+1} = C_t + V_t \quad [3.12]$$

在方程3.12的两边同时乘以E^{-1}，可以得到方程3.13：

$$V_t = C_{t-1} + V_{t-1} \quad [3.13]$$

将方程3.13代入到方程3.11中，有：

$$\Delta^{-1}C_t = C_{t-1} + V_{t-1} \quad [3.14]$$

方程3.14表明，Δ^{-1}产生了一个无限的加总(indefinite sum)，其表达式为输出(Vt，或者$\Delta^{-1}C_t$)等于上一次的输入C_{t-1}和输出的和V_{t-1}。也就是说，把上一次的输入和输出加在一起，就得到了新的输出。不断迭代下去，把新的输入(只是上一个时间点的)加上新的输出(之前所有迭代累计的输出)，就等于各个时间点累积的总输出(参见Cortes et al.，1974:299—300)。

有一系列重要原因要用如图3.5所示的积分算子为社会过程建模。在再次讨论选举的例子之前，我们设想一下中国的情况——性别不均衡带来了巨大的人口压力(见Yardley，2005)。中国的传统是重男轻女，因此一些母亲在得知所怀为女孩时会选择流产。而中国政府为了降低人口而实行的计划生育政策，将这一问题进一步复杂化。截至2005年，这一政策导致了极大的性别不均衡，在某些地区，男女性别比达到了134∶100。这一现象也产生了长期的经济影响。

生育率的下降,以及育龄妇女人数的下降,可能最终导致劳动人口的剧烈下滑。性别不均衡的问题在中国政府于 20 世纪 70 年代实行计划生育政策后就一直积累,也不得不对最终积累的性别不均衡做出应对。这是一个经典的反馈过程:中国政府应对的不是男孩比女孩出生得多的问题,而是这种不均衡多年来的累积结果。我们可以使用 Δ^{-1}算子为这一过程建模。

现在我们再来讨论图 3.5 所描述的选举的例子。它认为,反馈过程并非基于工作人员每日和选民的互动,而是这类互动累积的结果。这是一个可以被广泛应用的描述竞选过程的模型,而不仅仅适用于伊拉克竞选的例子。也就是说,竞选中的反馈依赖于在一段比较长的时间内,有多少新的投票人出现。当积累的投票支持在人口中增长时,叛乱分子可能会做出回应以压制这一增长。反馈循环里的参数 $-m$ 体现了这一点。

可以根据曼森法则用代数的方式表现图 3.5 中所定义的系统:

$$V_t = C_t[p\Delta^{-1}/(1 + pm\Delta^{-1})] \qquad [3.15]$$

方程 3.15 变形后可得 $V_t(1+pm\Delta^{-1}) = C_t p\Delta^{-1}$,简化后得到 $V_t + pm\Delta^{-1}V_t = C_t p\Delta^{-1}$,再将其变形得到方程 3.16:

$$V_t = C_t p\Delta^{-1} - pm\Delta^{-1}V_t \qquad [3.16]$$

现在,我们想消去方程 3.16 中的 Δ^{-1}。为此,我们在方程两边同时乘以 Δ,可得 $\Delta V_t = C_t p\Delta\Delta^{-1} - pm\Delta\Delta^{-1}V_t$,由于 Δ 和 Δ^{-1}是互逆的算子,它们相互抵消。因此,得到方程 3.17:

$$\Delta V_t = C_t p - pmV_t \qquad [3.17]$$

将 Δ 算子操作化为 $\Delta V_t = V_{t+1} - V_t$，并将方程 3.17 变形，我们得到最终的模型，即方程 3.18：

$$V_{t+1} = pC_t + V_t(1 - pm) \qquad [3.18]$$

这是一个具有恒定系数的一阶线性差分方程。

需要注意的是，含有反馈循环的系统内的积分算子和延迟算子会生成一个一阶的有着时间结构的系统(first-order time-structured system)。方程 3.18 和方程 3.3 中的变量放置是相同的——C_t 和 V_t 都出现在方程右侧。然而这两个方程的参数安排存在着区别，这反映出模型背后所涉及的社会理论的区别。

特别有用的是观察同时将积分算子和延迟算子放置于系统内而可能出现的结果。如果反馈应对的是路径前进方向中的积累，而它同时又存在延迟的话，我们可以按图 3.6 设定我们的模型。在选举的例子中，叛乱分子可能是在一定延迟后才开始压迫竞选活动的。在现实中，这意味着社区中的叛乱组织可能通过发起自己的竞选活动，来应对已有的竞选活动。然而，这种回应是在已有的活动积累到一定程度后才出现的。回应会有延迟，因为叛乱组织的领袖也需要时间发起自己的活动。

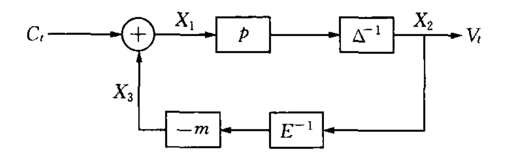


图 3.6　在正向路径中同时含有积分算子和延迟算子

根据曼森法则,图 3.6 可以用代数形式表示为方程 3.19:

$$V_t = C_t[p\Delta^{-1}/(1 + pmE^{-1}\Delta^{-1})] \quad [3.19]$$

方程 3.19 的变形类似于方程 3.15,唯一不同的是方程 3.19 包括了 E^{-1}算子。方程 3.19 变形后为方程 3.20:

$$V_t + pmE^{-1}\Delta^{-1}V_t = C_t p\Delta^{-1} \quad [3.20]$$

在方程左边同时乘以 Δ,将 E^{-1}代入,得到方程 3.21:

$$\Delta V_t = pC_t - pmV_{t-1} \quad [3.21]$$

代入 Δ,重组方程并乘以 E,得到模型的最终方程 3.22:

$$V_{t+2} = pC_{t+1} + V_{t+1} - pmV_t \quad [3.22]$$

方程 3.22 是有着恒定常数的二阶线性差分方程。在系统循环中同时放入积分算子和延迟算子后,模型的阶数增加 1 阶。

在方程 3.22 中,pC_{t+1} 项将 V_t 推到二阶。如果竞选停止,C_t 变为 0,系统的输出将逐渐减弱。因为输出是由二阶系统 $V_{t+2} = V_{t+1} - pmV_t$ 决定的。这是系统一个方面的反应(见 Cortes et al.,1974:第三部分)。

关于叠加常数项的一个注解

在前一节,我介绍了在使用图解代数建模时引入一个叠加常数项。由于模型中独立的常数项可能和时间算子产生交互,我们需要总结一下一些常见的时间算子如何影响到它。例如,当一个延迟算子或加速算子(E 或 E^{-1})与一个独立常数项(即不含有随着时间变化的变量)结合时,这个独立

常数不受时间算子的影响。在这种情况下,时间算子可以被忽视。即,$E^{-1}r=r$,其中 r 为常数。另一方面,由于常数不受时间推移影响,当差分算子 Δ 与一个独立常数交互时,值为 0。即 $\Delta r=0$。

第4节 | 一个估计的范例:工会成员身份

一个自然而然的问题是,如何通过图解代数估计复杂的模型。这里,我们将用简单的示例,介绍如何通过图解代数快速建立非线性参数(参数通常与其他参数相乘)的模型。比这更复杂的图解代数模型也可以轻易推导出来。然而需要明确的是,传统线性回归模型中每一个自变量都有对应的独立参数的现象,在这里不会出现。

有多种方法可以用于估计这类复杂模型。这些方法在有些极其简单,有些则较为复杂。对于具体情况最适用的方法取决于模型本身,在某种意义上,还取决于研究者确定模型参数的决心。如果一个模型本身是高度非线性和极其复杂的,但却可能产生重要影响,那么研究者应该投入更多的时间和精力进行参数估计。在很多情况下,这需要大量的编程。我本人在这方面的努力,有兴趣的读者可以参考 Brown (1991、1995a)。但是,在很多情况下,只需要简单的线性回归即可估计图解代数。在此,我将用两种方式对同一个例子进行示范。

假设我们对 20 世纪 30 年代到 70 年代美国工会成员这一话题感兴趣。这段时间是美国历史上工会增长最迅速的

时期。表3.1是从《美国历史统计》(2000年版)中获取的数据。在这个例子中,输出是工会成员身份,输入是参与罢工的工人数占总工人数的比例。在下面的模型中,我将阐述选择这些变量的理由。在模型中,我并未使用罢工次数这一变量,尽管它也包括在表3.1中,以方便读者理解罢工次数和参与罢工的工人人数间的关系。

表3.1 美国工会成员身份(1930—1970)

年份	工会成员比例[a]	罢工次数[b]	激进分子比例[c]
1930	6.8	183	0.8
1931	6.5	342	1.6
1932	6.0	324	1.8
1933	5.2	1170	6.3
1934	5.9	1470	7.2
1935	6.7	1120	5.2
1936	7.4	789	3.1
1937	12.9	1860	7.2
1938	14.6	688	2.8
1939	15.8	1170	3.5
1940	15.5	577	1.7
1941	17.7	2360	6.1
1942	17.2	840	2.0
1943	20.5	1980	4.6
1944	21.4	2120	4.8
1945	21.9	3470	8.2
1946	23.6	4600	10.5
1947	23.9	2170	4.7
1948	23.1	1960	4.2
1949	22.7	3030	6.7
1950	22.3	2410	5.1
1952	24.2	3540	7.3

(续表)

年份	工会成员比例[a]	罢工次数[b]	激进分子比例[c]
1953	25.5	2400	4.7
1954	25.4	1530	3.1
1955	24.7	2650	5.2
1956	25.2	1900	3.6
1957	24.9	1390	2.6
1958	24.2	2060	3.9
1959	24.1	1880	3.3
1960	23.6	1320	2.4
1961	22.3	1450	2.6
1962	22.6	1230	2.2
1963	22.2	941	1.1
1964	22.2	1640	2.7
1965	22.4	1550	2.5
1966	22.7	1960	3.0
1967	22.7	2870	4.3
1968	23.0	2649	3.8
1969	22.6	2481	3.5
1970	22.6	3305	4.7

注:a 工会成员在总工人数中所占的比例;b 罢工次数;c 参与罢工的工人占总工人数的比例。

如果认为工会成员的增长是一个一阶过程,即新的增长来源于既有工会成员的扩展,那么我们首先会使用简单线性回归模型。这可以通过方程 3.23 实现。为了简便起见,这里我们省略了残差项。

$$\text{工会成员}_{t+1} = \beta_0 + \beta_1\ \text{工会成员}_t \qquad [3.23]$$

图 3.7 是这一模型的图解代数表现形式。特别需要注意的是,在图 3.7 中,系统左边没有变量。也就是说,在工会

成员$_t$之外没有其他因素在推动它。所有输出都是通过反馈过程随着时间推移自己形成的。

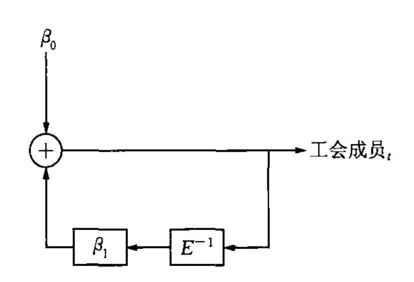


图 3.7　一个简单线性回归模型的图解代数

可以看到，这个模型通过使用一个简单的双变量回归极好地契合了数据。图 3.8 是工会成员身份在两个时点的散点图分布。这里，R^2 为 0.9，β_0 为 1.55，β_1 为 0.94。使用这

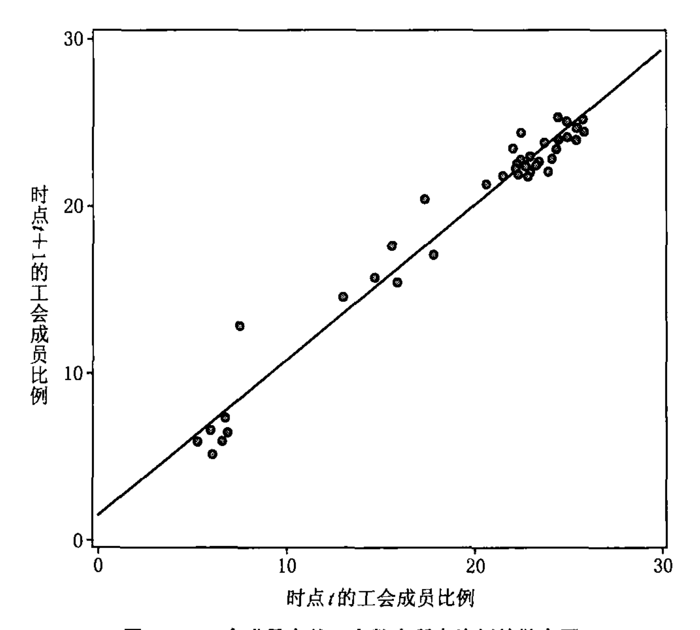


图 3.8　工会成员在总工人数中所占比例的散点图

些数值与一个合理的初始条件,我们可以生成一个不同方程,见图 3.9。

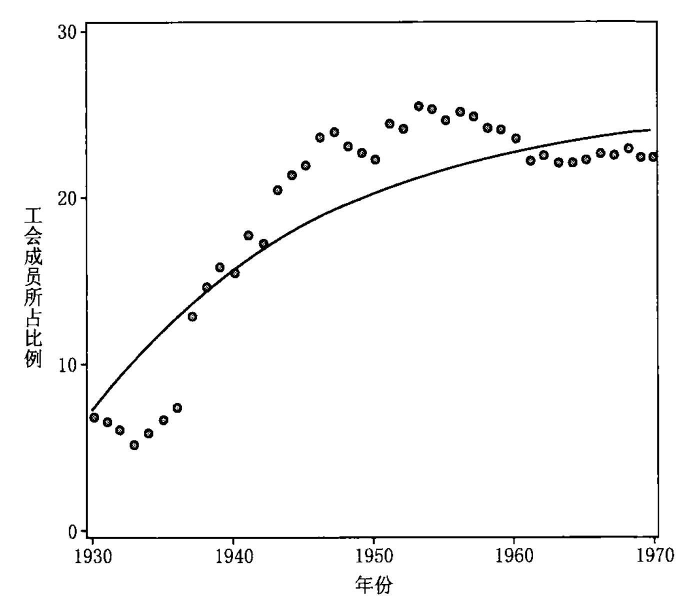


图 3.9 美国的工会成员所占比例(1930—1970)

现在我们对此建立一个包含输入的系统模型。假设工会运动的增长是工会成员中激进分子的某种活动的直接反应。一个测量工会中最激进分子的办法是计算参与罢工的工人数,这里我们将其设定为在总工人数中所占的比例。假设这些工人被安排在纠察队,他们会劝服别的工人支持自己的行动。我们可以将这些人看作类似我们之前关于竞选的例子里的工作人员。通过一个标准的统计方法,如图 3.10 所示,我们可以将输入包含进来,其模型是:

$$\text{工会成员}_{t+1} = \beta_0 + \beta_1\ \text{工会成员}_t + \beta_2\ \text{激进分子}_{t+1} \qquad [3.24]$$

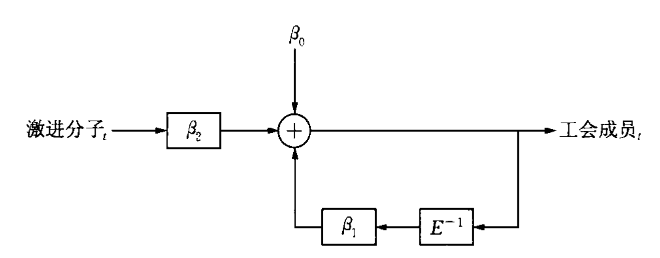


图 3.10　线性回归模型简化后的图解代数

和先前竞选的例子相比，唯一的不同是反馈路径出现的位置。基于先前的讨论，我们可以说工会组织的成功与否，取决于在外游说获取其他工人注意的激进分子的人数。因此，激进分子本身就是一个会按比例变成工会成员的输入。然而，随着工会组织努力的进一步深入，一些新加入的成员会随着其他激进分子一起动员工人。另一些工人则会看到工会成员壮大，并仅因为这一点就想加入工会。这样我们得到了一个正向的反馈循环，但是与图 3.3 中的不同。具体见图 3.11。

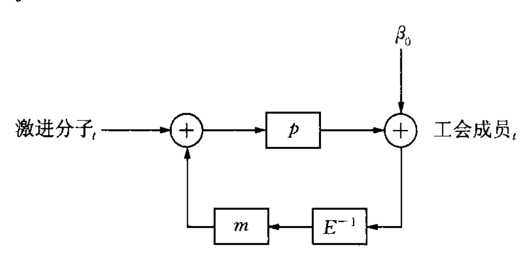


图 3.11　线性回归模型的图解代数

这一模型的代数形式为方程 3.25：

$$工会成员_{t+1} = \beta_0 + pm\,工会成员_t + p\,激进分子_{t+1} \qquad [3.25]$$

方程 3.25 的简化形式仍是方程 3.24,但现在我们需要确定参数 p 和 m 的值。通过比较方程 3.24 和方程 3.25,我们可以发现 $\beta_1 = pm$, $\beta_2 = p$。如果我们在多元回归方程中运行方程 3.24,可得 $\beta_1 = 0.944$, $\beta_2 = 0.227$。这样,便可解出 p 和 m。这一模型的拟合度是 0.97。

现在的问题是,尽管有了参数的点估计,我们仍未获得参数估计的标准误。因此,需要用一个不同于普通线性回归的方法获得参数估计及其标准误。在很多类似情况下,我们可以使用 SAS 中的 PROC MODEL。具体请见:

```
PROC MODEL DATA = LABOR;
ENDOGENOUS LABORUN;
EXOGENOUS LLABORUN STOPPC YEAR;
PARMS P M B;
LABORUN = (P* STOPPC) + (P* M* LLABORUN) + B;
FIT LABORUN/ OLS OUT = LABOROUT OUTPREDICT;
```

在上述代码中,LABOR 是包含表格 3.1 中变量的数据包,LABORUN 是参加工会的工人数占总工人数的比值,LLABORUN 是 LABORUN 在前一个时点的数值,STOPPC 是参与罢工的工人数占总工人数的比值。这一模型生成的预测轨迹见图 3.12。

这一例子过于简单,毕竟研究者们往往需要一个更完整的模型。然而从这可以看出建模的基本要点。另一个值得注意的方面在于,研究者需要检查模型残差项的一阶自相关性。如果出现自相关,则需要别的方法。一种方法是从统计学的角度去解决(参见 Ostrom, 1990)。这样的方法通常要给变量变形,以消除自相关。然而,对这种方法的批评在于

它类似于"毁灭罪证"(Brown, 1911:203—205)。如果残差项中存在自相关,那么模型就一定有系统性缺失变量。另一种方法是将自相关的出现作为模型被错误定义的标志。如果确实尝试了所有的可选模型,依然出现了自相关,那么用统计学方法解决自相关便是唯一的出路。然而,正是由于图解代数可使用的范围广泛,也可以不断发掘出新的代数形式,一些研究者在发现自相关时,更愿意回到问题的原点。在这种情况下,应该尽可能避免使用统计方法解决自相关,而要尝试发掘新的模型。

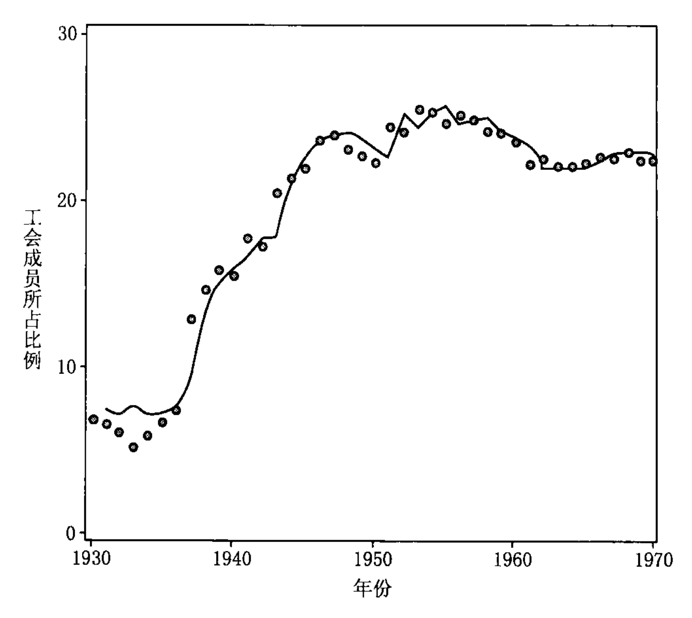


图 3.12 由激进分子导致的工会成员身份

尽管简化模型很有用,但并不是所有图解代数模型都可以被简化。然而,当模型确实可以简化,并且可以用简化模型的参数来推导模型的真正参数时,很有可能有不止一种的

图解代数模型可以被简化成那种形式。事实上,在本章中,我们也不止一次见到了这种情况。例如,图 3.10 和图 3.11 有着同样的简化形式。再比如,比较图 3.7 和图 3.9,当简化形式一样时,哪一个模型是正确的呢?

这无法通过统计学的方法确定。正确的模型来源于社会和政治理论,而非数字。图解代数可以做的,是将最适合的模型表达为数学形式。在此之后,模型有时可被简化为一个可用普通统计软件估计的形式。然而,在这种情况下,原始模型应该与理论同形,做到能准确地反映理论(事实上,研究者往往也会更看重原始模型)。而当图解代数模型无法被简化时,就不存在这种多重解释的顾虑了。我们将在后文进一步讨论这一问题。

第4章

图解代数和方程系统

图解代数的优点之一是确定方程系统。通常情况下,研究者有两个或两个以上的因变量,这些变量在系统中以线性或者非线性的方式发生交互作用。比如,有两个变量就有两个方程;如果两个变量出现在一个或者两个方程中,那么方程之间就是互相依赖的。Brown(2007)的著作中有许多使用微分方程的社会科学的例子,Prezeworski 和 Sprague(1996)的著作中也有一个使用差分方程的精确的例子。不过,社会科学中可能最为经典的例子是 Lewis Fry Richardson(1960)的军备竞赛模型。在本章中,我将用图解代数检验 Richardson 的这一模型,并对它进行新的解释。

第1节 | 用图解代数理解 Richardson 军备竞赛模型

Richardson最初用两个微分方程来表示他的军备竞赛模型。不过，由于其他人也用差分方程来表示过这一模型（特别是 Huckfeldt et al.，1982：46—65），本章中我也会这么做。对此有兴趣的读者可以参考 Brown（2007）用连续时间的数学方法对这一模型的介绍。

这一模型有三个简单的前提（Richardson，1960：13—16）。第一，当一个国家看到其敌对（或者竞争性的）国家增加军费的时候，它也会增加军费。第二，军费对社会是一种经济负担，军费越高越会导致将来支出的削减。第三，文化上的或者国家领导人个人的怨恨和野心，会影响军费的变化。用代数来表示这三个条件，就是：

$$\Delta x_t = ay_t - mx_t + g \qquad [4.1]$$

$$\Delta y_t = bx_t - ny_t + h \qquad [4.2]$$

其中，a，m，g，b，n 和 h 都是常数。这里，有两个国家 X 和 Y，它们各自军费的变化用 Δx_t 和 Δy_t 表示。正系数项 ay_t 和 bx_t 表示一个国家由于其敌对国家的军费水平而增加军费的倾向，负系数项 mx_t 以及 ny_t 则表示由于军

费的经济负担而削减军费的倾向。常数 g 和 h 分别表示国家 X 及 Y 的领导人基于怨恨和野心而导致军费变化的可能性。

图 4.1 通过图解代数最简单地表达了方程 4.1 和方程 4.2。该图中有两个正向路径开始于 x_t 和 y_t,终结于 Δx_t 和 Δy_t,也有两条交叉路径通过负参数 m 与 n 连接起 x_t 和 y_t。乍一看起来,该图中没有反馈循环,而是由相互依赖的正向路径组成的。然而,这并不是事实。

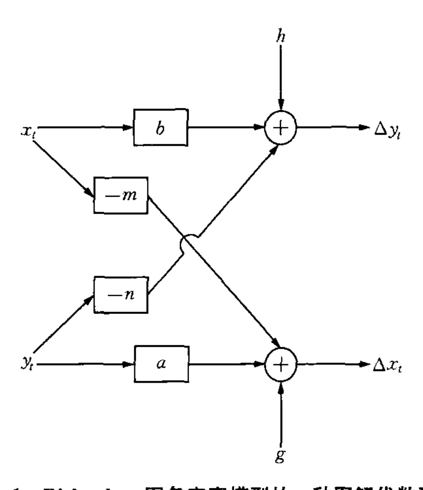


图 4.1 Richardson 军备竞赛模型的一种图解代数形式

对 Richardson(1960:13—16)自己关于他的模型的描述的更深入的解读,表明他在讨论增加军费对经济发展的负面影响时,确实考虑了一个逆向反馈的过程。事实上,对他的模型更为流行的描述,大多明确地加入了一个反馈循环的过程(Huckfeldt et al. , 1982:45)。那么,既然有这么一个反馈过程,我们自然要问,为什么图 4.1 中没有反映出这一

点呢？

为了用图解代数表明这一过程，需要把这一模型重写成图 4.2 的形式。在图 4.2 中，有一个负向路径，其结果与图 4.1 一样。该图中还有一个 Δ^{-1} 因子，这是为了抵消输出路径上 Δ 因子的影响。

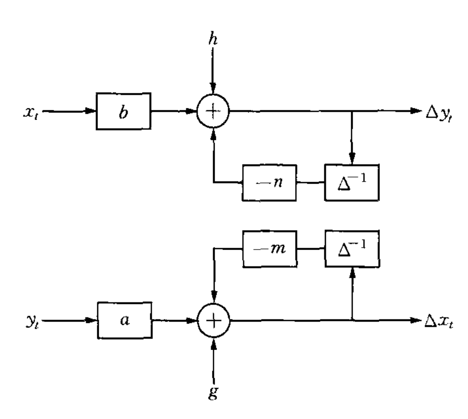


图 4.2　Richardson 军备竞赛模型的另一种图解代数形式

要注意的是，图 4.2 中的反馈循环是一个特殊的反馈循环。考虑发言人在会议中用麦克风的例子。发言人的声音进入了话筒，信号经过了扩大器，然后扩大后的声音出现在麦克风中。来自于麦克风的声音再次进入发言人的话筒，出来前在麦克风中再次被扩大。也就是说，声音在同一个麦克风中经过了两次。这种反馈被称为"主要的反馈循环"（primary feedback system）。

审视图 4.2 可以发现，反馈循环并没有在正向路径开始的时候出现，之前有个参数 b。实际上，来自于输出结果的反馈，经过简单的成比例的转换，再输入到系统中。这就像声音信号从麦克风中出来后，经过加强再通过整个系统。这种

反馈被称为“次要的反馈循环”(secondary feedback system)。它与主要的反馈循环的区别在于,主要的反馈循环包含系统的所有部分,从一开始就有着从头到尾的循环。Richardson军备竞赛模型只含有一个次要的反馈循环。

第2节｜Richardson军备竞赛模型的变体

图解代数一个最大的优势，就是研究者可以根据他们的理论来修改其数学模型。Richardson关于军费和经济负担之间的反馈循环的文字论述，可能会让人们认为他考虑的是一个主要的而不是次要的反馈循环，这是需要澄清的。另一方面，也许人们只是想知道如果存在一个主要的反馈循环，那么军备竞赛模型会变成什么样子。不管是出于哪个方面的考虑，都可以通过简单地修改图4.2得到，其结果见图4.3。我们把这称为Richardson军备竞赛模型的第一个替代性模型。

在图4.3中，反馈循环从一开始就插入到了正向路径之中(也就是说反馈循环从一开始就出现了)。这意味着一个国家在通盘考虑其敌对国家的军费水平和自身的经济负担之后，才修改了军费支出。因此，国家领导人会在这两点之间做一个平衡。在Richardson初始的军备竞赛模型中，这两点对于国家领导人而言是相互独立的——如果国家Y增加了军费，作为回应，国家X也会想着适度增加军费。这个时候，经济负担并没有加入到计算中去。但是在图4.3中，经济负担这一因素被考虑了进来，以通盘计算其他国家军费增

加的影响。如果这是研究者理论上设想的军备竞赛过程，图 4.3对此做出了准确的表达。

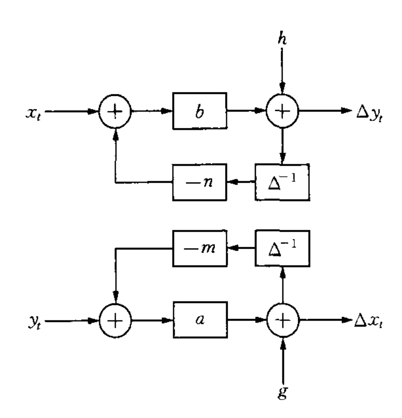


图 4.3 Richardson 军备竞赛模型的第一个替代性模型

图 4.3 的图解代数表达可以用方程 4.3 和方程 4.4 表示：

$$\Delta x_t = ay_t - amx_t + g \qquad [4.3]$$

$$\Delta y_t = bx_t - bny_t + h \qquad [4.4]$$

在这两个方程中，出现了非线性的参数，这对估计方程系统的参数值方面有着直接的意义。如果我们想知道方程 4.3 中参数 a 的值，只需要简单地估计这个模型。但是如果想要算出参数 m 的值，就不那么容易了。

方程 4.5 和方程 4.6 表达的是 Richardson 军备竞赛模型的简化形式：

$$\Delta x_t = \beta_1 y_t - \beta_2 x_t + \beta_3 \qquad [4.5]$$

$$\Delta y_t = \beta_4 x_t - \beta_5 y_t + \beta_6 \qquad [4.6]$$

这一简化形式与 Richardson 初始模型的方程趋同。换句话说，Richardson 初始模型只是军备竞赛过程的一个特殊的案例。即，按照方程 4.5 和方程 4.6 的形式来看方程 4.3 和方程 4.4，$\beta_1 = a$，$\beta_2 = am$，$\beta_3 = g$，$\beta_4 = b$，$\beta_5 = bn$，$\beta_6 = h$。这是一个有着六个方程和六个未知参数的系统。我们可以用常见的统计软件来估计这一系统的未知参数。但是一旦我们算出了 β_i 的值，我们就可以用它们的值来确定 a，m，g，b，n 和 h 的值。这可以很容易算出来，因为这里只有参数 m 和 n 需要代数计算来获得它们的值。也就是说，只要我们估计出 β_i 的值，我们就可以估计出整个方程系统。弄清这一点在理论上很重要。现在我们看到的是参数 m 和 n 隐藏在参数 β_2 和 β_3 之后，这需要把它们再挖出来。

另外，关于常数项 h 和 g，为什么国家领导人的怨恨和野心要放在模型的结尾呢？它们是否可以和图 4.3 中的反馈循环结合起来同时考虑？如果研究者这么想的话，那么最好按照图 4.4 那样去重写这个模型。我们把这称之为 Richardson 军备竞赛模型的第二个替代性模型。

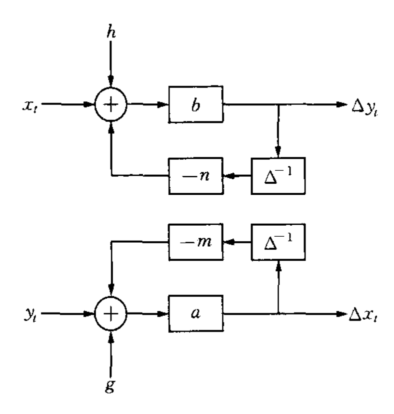


图 4.4 Richardson 军备竞赛模型的第二个替代性模型

在图 4.4 中，反馈循环从一开始就出现了，并贯穿始终。这又是一个主要的反馈循环。它的意思是说，国家在调整军费这个问题上，会用加权的方式考虑三个因素：(1)其敌对国家的军费支出；(2)当前军费所带来的经济负担；(3)领导人的怨恨和野心。图 4.4 可以用方程 4.7 和方程 4.8 表示：

$$\Delta x_t = ay_t - amx_t + ag \qquad [4.7]$$

$$\Delta y_t = bx_t - bny_t + bh \qquad [4.8]$$

现在，对照方程 4.5 和方程 4.6，$\beta_1 = a$，$\beta_2 = am$，$\beta_3 = ag$，$\beta_4 = b$，$\beta_5 = bn$，$\beta_6 = bh$，也是有六个方程和六个未知参数。在这种情况下，β_i 中有四个参数含有两个模型参数值，所以在估计的时候需要更多的数学步骤。具体而言，我们要先估计出参数 a 的值，然后是参数 m 和 g 的值；类似地，要先估计出参数 b 的值，然后是参数 n 和 h 的值。

我们再来改一下 Richardson 军备竞赛模型的限制条件。即，国家 X 的军费支出跟国家 Y 的军费支出无关，而跟这两个国家间军费的差值有关。图 4.5 表示了这一新模型。

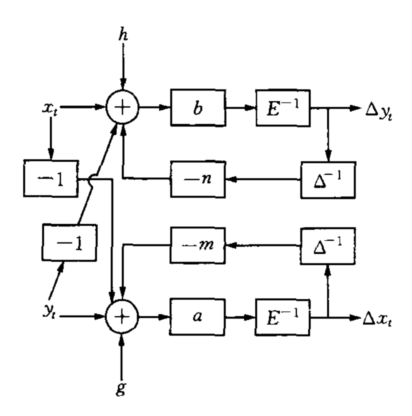


图 4.5 Richardson 军备竞赛模型的第三个替代性模型

在图 4.5 的左边，输入之间的交叉模式产生了两个国家军费之间的差值。这样，最后的输入不是两个国家各自的军费，而是其差值。另外要注意，在两条正向路径之间我都放了一个延迟算子，这是考虑到国家的军费支出会比正常的财政年度晚一年。所以，一个国家在某一年的军费支出会导致另一个国家在下一年的军费反应。当然，这样的延迟并不一定是必需的，它只是一个有趣的可能。

图 4.5 的图解代数可以用方程 4.9 和方程 4.10 表示：

$$\Delta x_{t+1} = ay_t - (1+m)ax_t + ag \qquad [4.9]$$

$$\Delta y_{t+1} = bx_t - (1+n)by_t + bh \qquad [4.10]$$

它们组成了一个有着常数项的二阶差分方程系统。现在，简化形式下的参数 β_i 有着如下的对应关系：$\beta_1 = a$，$\beta_2 = (1+m)a$，$\beta_3 = ag$，$\beta_4 = b$，$\beta_5 = (1+n)b$，$\beta_6 = bh$，也是有六个方程和六个未知参数。与之前一样，可以用常见的统计软件来估计 β_i 的值，并进一步计算出六个模型参数。只是现在六个模型参数与 β_i 之间的关系更复杂一点。

最后，读者可能会注意到图 4.5 看起来像是一个电路图。如果我们逐渐增加模型的限制条件，那就更可能如此。这种表面上的相似性，体现了图解代数系统理论的起源。读者可能也会注意到图 4.5 和图 4.2 之间的不同，其中，图 4.2 是对线性回归模型的图解代数表示。比较图 4.5 和图 4.2 在另一个层面上也有用。我们知道，电路图比许多社会科学的模型更复杂的一个原因，是电子工程师一直有一套系统的语言将他们的思路结构化。与此类似，在很大程度上，图解代数也可以为社会科学的研究者提供一套相似的系统语言，

以其普遍性和灵活性帮助研究者处理复杂的社会科学理论问题。

总的来说,图解代数作为一种语言,在许多情况下都可以简单地平衡社会理论和代数表达之间的张力。研究者可以把这种平衡推到多远,取决于研究者研究特定问题时,在理论上和现实上的需要。

第3节 | 估计含有非线性或者潜在参数的多重方程的一个例子：Richardson 军备竞赛模型

如第3章一样，我们想知道如何估计图解代数模型。有许多方法可以估计含有非线性或者潜在参数的模型。这里的估计方法只是其中一种。对此希望有更多了解的读者，可以参考这一领域内处理更为复杂的模型的文献（如 Brown, 1991、1995; Hamming, 1997、1973、1971）。

这里我们用 Richardson 军备竞赛模型作为例子，其模型如方程 4.1 到方程 4.4 所示。我们会分解 Δ 因子，这样高阶项会从方程左边分离出来。我们首先估计方程 4.1 和方程 4.2，即 Richardson 模型的简化形式。把这两个方程中的高阶项分别放到方程的左边，可以得到方程 4.11 和方程 4.12：

$$x_{t+1} = ay_t + x_t(1-m) + g \qquad [4.11]$$

$$y_{t+1} = bx_t + y_t(1-n) + h \qquad [4.12]$$

我们首先选择参数值，然后根据方程来产生数据。这里方程 4.11 和方程 4.12 的参数值选择为：$a=0.2$，$m=0.3$，$g=0.1$，$b=0.1$，$n=0.5$，$h=0.1$。通过这些参数值，模型

在 40 次迭代后生成了如表 4.1 所显示的数据。模型的均衡值是 $x^* = 0.538$，$y^* = 0.308$。我们知道,参数估计随着设定的不同,有时候可能出现差异,而且模型的拟合度取决于所增加的随机异常值(random noise)的数量。但是,即使数据存在随机异常值,下面的估计方法也是合适的。

估计这一模型的简单办法是用 SAS 的 PROC MODEL 板块命令。也有许多其他的办法,但不是所有的方法都能得到同样好的结果。只要数据中没有大量的异常值,PROC MODEL 在用最小二乘法(OLS)估计的时候效果非常好。用 PROC MODEL 估计方程 4.11 和方程 4.12,可用如下的 SAS 命令:

```
PROC MODEL DATA = armsrace;
ENDOGENOUS x2 y2;
EXOGENOUS x1 y1;
PARMS a m g b n h;
x2 = (a* y1) + x1* (1 - m) + g;
y2 = (b* x1) + y1* (1 - n) + h;
FIT x2 y2/ OLS OUT = armsout OUTPREDICT;
```

表 4.1 Richardson 军备竞赛模型的模拟估计

迭代次数	x	y
1	1.00000	0.70000
2	0.94000	0.55000
3	0.86800	0.46900
4	0.80140	0.42130
5	0.74524	0.39079
6	0.69983	0.36992
7	0.66386	0.35494
8	0.63569	0.34386

（续表）

迭代次数	x	y
9	0.61376	0.33550
10	0.59673	0.32912
11	0.58353	0.32424
12	0.57332	0.32047
13	0.56542	0.31757
14	0.55931	0.31533
15	0.55458	0.31359
16	0.55092	0.31225
17	0.54810	0.31122
18	0.54591	0.31042
19	0.54422	0.30980
20	0.54292	0.30932
21	0.54191	0.30895
22	0.54112	0.30867
23	0.54052	0.30845
24	0.54005	0.30828
25	0.53969	0.30814
26	0.53941	0.30804
27	0.53920	0.30796
28	0.53903	0.30790
29	0.53890	0.30785
30	0.53880	0.30782
31	0.53872	0.30779
32	0.53866	0.30777
33	0.53862	0.30775
34	0.53858	0.30774
35	0.53856	0.30773
36	0.53853	0.30772
37	0.53852	0.30771
38	0.53851	0.30771
39	0.53850	0.30770
40	0.53849	0.30770

在这个命令中，x2 和 y2 表示表 4.1 中的变量 X 和 Y，x1 和 y1 是它们在前一个时点的值。如何没有任何异常值，

这个命令所估计出来的参数值都是一致的。

现在我们来估计方程 4.3 和方程 4.4。它们经过改写后,变形为方程 4.13 和方程 4.14:

$$x_{t+1} = ay_t + x_t(1 - am) + g \qquad [4.13]$$

$$y_{t+1} = bx_t + y_t(1 - bn) + h \qquad [4.14]$$

在这两个方程中,所有参数以不同于方程 4.11 和方程 4.12 的组合形式出现。我们同样用表 4.1 的数据估计这些参数。其 SAS 命令为:

```
PROC MODEL DATA = armsrace;
ENDOGENOUS x2 y2;
EXOGENOUS x1 y1;
PARMS a m g b n h;
x2 = (a* y1) + x1* (1 - a* m) + g;
y2 = (b* x1) + y1* (1 - b* n) + h;
FIT x2y2/ OLS OUT = armsout OUTPREDICT;
```

这里所估计出来的参数值是:$a = 0.2$, $m = 1.5$, $g = 0.1$, $b = 0.1$, $n = 0.5$, $h = 0.1$。在没有异常值的情况下,模型的参数估计和拟合度依然是一致的。新的参数代表了新的模型。所以,如果我们的理论实际上是基于方程 4.3 和方程 4.4 的模型,却天真地用方程 4.1 和方程 4.2 的模型进行参数估计,那么我们估计出来的很高的模型拟合度,反而会误导我们对军备竞赛过程的理解。我们需要像方程 4.3 和方程 4.4 那样去确定最终的模型,以便得到的参数估计可以准确地反映我们的理论。

第5章

图解代数和连续时间模型

图解代数对连续时间和非连续时间模型都有效。到现在为止,我们探讨了如何在有差分方程和差分算子的情况下使用图解代数。不过,由于微分方程和差分方程之间有着很多值得注意的相似之处,在本章,我首先讨论微分法(differential calculus)和有限差分法(calculus of finite difference)之间的相似性。这不仅有助于解释如何用图解代数去建构微分方程,也有助于解释下一章中将提到的非线性差分方程。

非连续时间的差分算子 Δ 和连续时间的导数相似,即,Δy_t 和 d_y/d_x 相似。根据导数的定义:

$$\frac{dy}{dx}=\lim_{h\to 0}\frac{y(x+h)-y(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\Delta y(x)}{h}$$

其中,为了讨论的一般性,用 x 来代替 t。导数 d_y/d_x 是曲线 $y(x)$ 上任一点的斜率,而曲线上表示 $y(x)$ 和 $y(x+h)$ 的点之间的斜率是 $\Delta y(x)/h$。斜率和导数之间的关系是所有微分和差分方程之间具有相似性的基础。

关于微分法和有限差分法之间相似性的详细讨论,可以参考 Goldberg(1958:46—49)。不过,由于一些相似性并没有被广泛地注意到,在这里还是值得提一下,特别是跟稍后的讨论相关的内容。我们从微分的乘法开始。首先是导数

的分配律，$u(x)$和$v(x)$服从：

$$\frac{d(uv)}{dx}=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx} \quad [5.1]$$

差分与此相似的方程表达为：

$$\Delta[u(x)v(x)]=u(x+h)v(x+h)-u(x)v(x) \quad [5.2]$$

将其变形，得到方程 5.3：

$$\begin{aligned}\Delta[u(x)v(x)]&=u(x+h)v(x+h)-v(x)u(x+h)\\&\quad+v(x)u(x+h)-u(x)v(x)\end{aligned} \quad [5.3]$$

整理，得：

$$\begin{aligned}\Delta[u(x)v(x)]&=u(x+h)[v(x+h)-v(x)]\\&\quad+v(x)[u(x+h)-u(x)]\end{aligned} \quad [5.4]$$

由于$u(x+h)=E(u)$，E是加速算子（advance operator)，可以改写方程 5.4 的右边为：

$$\Delta[u(x)v(x)]=Eu(x)\Delta v(x)+v(x)\Delta u(x) \quad [5.5]$$

方程 5.5 从形式上与方程 5.1 相似。它的一个不明显的方面是，右边是$Eu(x)$而不是简单的$u(x)$。两个方程的极限定义都是从h趋近于 0。下一章的重点，非线性差分方程，在一些情况下也可能会用到方程 5.5。

用相似的步骤，我们可以得到差分和微分之间的另一相似性。具体而言，对于微分法：

$$\frac{d(u/v)}{dx}=\frac{v(du/dx)-u(dv/dx)}{v^2} \quad [5.6]$$

与此相似的是方程 5.7：

$$\Delta\frac{u(x)}{v(x)}=\frac{v(x)\Delta u(x)-u(x)\Delta v(x)}{v(x)Ev(x)} \qquad [5.7]$$

像方程 5.5 一样,方程 5.7 的右边也有一个加速算子。这里就不再推导方程 5.7。有兴趣的读者可以根据方程5.5的内容自行推导。

通过替换微分算子(differential calculus operator)可以将差分方程和微分方程互换。一个最简单的例子是模型只含有一个差分算子 Δ,人们可以简单地进行差分和微分变量之间的替代。比如,Richardson 最初的军备竞赛模型可以用微分方程 5.8 和方程 5.9 表示,这也是 Richardson 自己所建立的连续时间模型:

$$d_x/d_t=ay-mx+g \qquad [5.8]$$

$$d_y/d_t=bx-ny+h \qquad [5.9]$$

该模型的图解代数形式可以用图 5.1 和图 5.2 表示,它们是图 4.1 和图 4.2 在连续时间这一条件下的版本。图 4.2 中的 Δ^{-1}算子被替换成图 5.2 中的积分号。由于积分是微分的互逆过程,在第二个反馈循环中积分用来把输出(微分)还原为状态变量(即 x 或者 y)。有时候人们也会用 D^{-1}而不是积分号来表示积分过程。如果这样的话,微分 d_x/d_t 应该用 D 表示。

延迟算子和加速算子不存在连续时间的情况。但研究者可以在微分方程的模型里直接使用它们。延迟算子 E^{-1}可以用来建构存在延迟情况的微分方程,有时候会有强烈的非线性模型的色彩。

本章并没有介绍在用图解代数建立起了微分方程模型

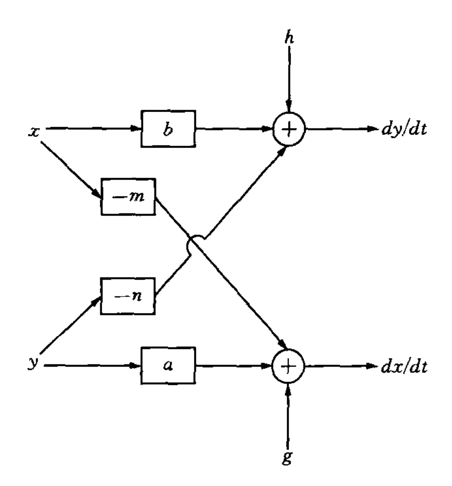


图 5.1　Richardson 军备竞赛模型在连续时间下的一种形式

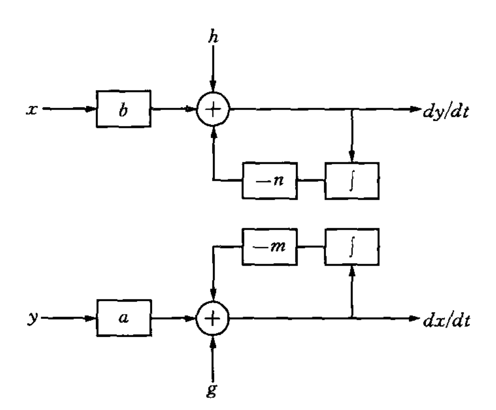


图 5.2　Richardson 军备竞赛模型在连续时间下的另一种形式

之后，如何去分析它们。希望了解微分方程模型的研究者可以参考 Brown(2007)的相关著作。

第6章

图解代数和非线性时间模型

用图解代数来研究非线性模型有许多种方法。事实上，帮助确定非线性模型的定义是图解代数的优势之一。应该始终记住有两种非线性。一种是非线性历时性行为(non-linear longitudinal behavior)，它通常只会出现在比较复杂的动态模型中。另一种是方程非线性(functional nonlinearity)，也就是模型本身包括非线性项，比如 X^2 或者 XY。第一种非线性可以出现在线性的或者非线性的方程中，读者可以在 Brown(2007，也参见 Brown, 2008)的著作中找到关于这种非线性的更详细的讨论。本章介绍几个可以确定第二种非线性模型(即含有非线性项的模型)定义的一般方法。这些方法在实际应用中对于非线性模型是有用的。

通常情况下，非线性项可以通过图解代数用一个作为比例转换算子的变量来得到。这意味着将变量，而不是常数项参数，放入基本元素框中。在图解代数中，通常所有的输入变量都会跟着一个比例转换算子的常数项参数，沿着路径一直到输出。但是当这一路径上的基本元素框中也有变量时，一个常数项通常也会包含在里面，除非该变量确定无疑地仅仅被当作比例转换算子。下面通过一些例子来说明这些思想。

第1节｜非线性过滤

非线性过滤(filter)在社会科学研究中经常被用到，因此在介绍如何用图解代数处理非线性问题时，它是最好的切入点。有一个例子可以很好地揭示这一点。Cortes 等人(1974:251—254)在其著作中提出了一个研究社会化如何降低社会压力的模型，它能够广泛应用于各个方面。如果说压力是社会的输入，而比如说叛乱或者其他形式的不满是输出，那么研究者可能希望建立一个模型，来研究社会化如何在这些压力变成输出之前，将其化解(或过滤)掉。方法之一是用一个与社会的成熟程度负相关的参数。也就是说，新兴的民主政体可能在面对民众的强烈不满时更为脆弱，因为民众还不相信民主制度可以解决他们的问题。但是，随着民主政府执政的时间加长，它在解决这些问题方面更加有经验，民众也可能会更愿意在已有的民主制度的框架内解决问题，而不是通过制度框架之外的方式来表达他们的不满。

这一模型可以用方程 6.1 表示：

$$S_t = S_0 + S_1^{t+1} \qquad [6.1]$$

其中，S_t 表示社会消化压力的能力，S_0、S_1 以及它们的和 S_t，都是在 0 和 1 之间。在时点 $t=0$，S_t 等于 S_0+S_1，也

就意味着最强的压力进入到模型。当 $t>1$ 时,S_t 的值减小到 S_0。

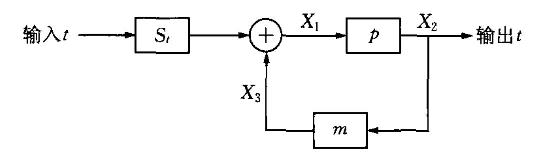


图 6.1 含有比例转换变量的算子可以导致非线性模型

描述这一理论的图解代数模型可以用图 6.1 表示。在该图中,变量 S_t 出现在正向路径上的输入和系统的其他部分(一个反馈循环)之间。因此,输入在系统中首先需要通过 S_t,没有经过 S_t 的任何压力(该模型中的输入)都会被社会消化掉,从而不会进入系统的其他部分。由于 S_t 本身是个变量,它在系统中又和输入相乘,所以它是一个非线性过滤。

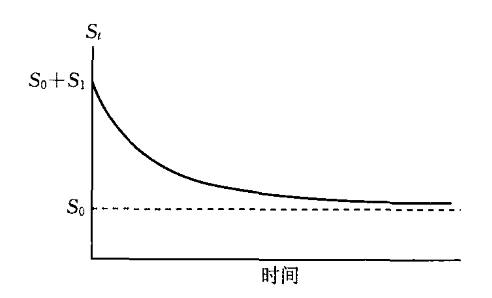


图 6.2 $S_t=S_0+S_1^{t+1}$ 所表示的参数的变化

图 6.2 表明了 S_t 是怎样随着时间而趋向于 S_0。如果我们讨论的是一个新兴的民主政体,S_t 的值会相当大(t 则相对小一些),社会中的压力会沿着正向路径的其他部分变成系统的输出。但是,随着时间的发展,S_t 的值会变小,只有很少的压力会穿过 S_t 进入到系统的其他部分。图 6.1 中的图解

代数表现了这一情况。

该模型的代数形式可以按照通常的步骤进行，不管系统中有没有比例转换算子变量。因此，根据图6.1有方程6.2：

$$\text{输出}_t = \text{输入}_t S_t (p/1 - pm) \qquad [6.2]$$

在方程6.2中，如果 t 的值由低到高，输出的值会随之变大。由于 S_t 的性质，该模型是一个含有非线性项的方程。

第 2 节 | logistic 模型

logistic 模型是最重要且应用最广泛的非线性模型之一，因此，在图解代数的视角之下研究其结构，可以说是特别有用。下面我会在差分方程的背景下研究 logistic 模型。读者如果对微分方程的 logistic 形式有兴趣，可以在 Brown(2007)的著作中找到相关的讨论。

logistic 模型有很多种写法，其一般形式是：$\Delta Y_t = aY_t(1-Y_t)$，其中，a 是模型的常数项，1 是 Y_t 的上限。为了便于计算，该模型也可以写作：$Y_{t+1} = aY_t(1-Y_t)+Y_t$。它的形状类似于图 6.3 中的 S 形。从该图中也可以清楚地看到，Y_t 随着时间的变化趋向于它的极限 1。

logistic 模型的图解代数形式可以用图 6.4 表示，但这不是该模型的唯一表示方式。要快速理解这一模型，只需简单地注意到加号之前的两条路径都会在正向路径上与 a 相乘，即，$\Delta Y_t = a(Y_t - Y_t^2) = aY_t(1-Y_t)$。注意，$\Delta^{-1}$ 算子需要在反馈循环路径上出现，以消除从输出方面过来的 Δ。还需注意非线性项来自于变量 Y_t，它是反馈循环路径上的比例转换算子。

曼森法则可以将图 6.4 分解成方程，不过，要特别注意非线性模型中的线性算子。根据曼森法则，有：

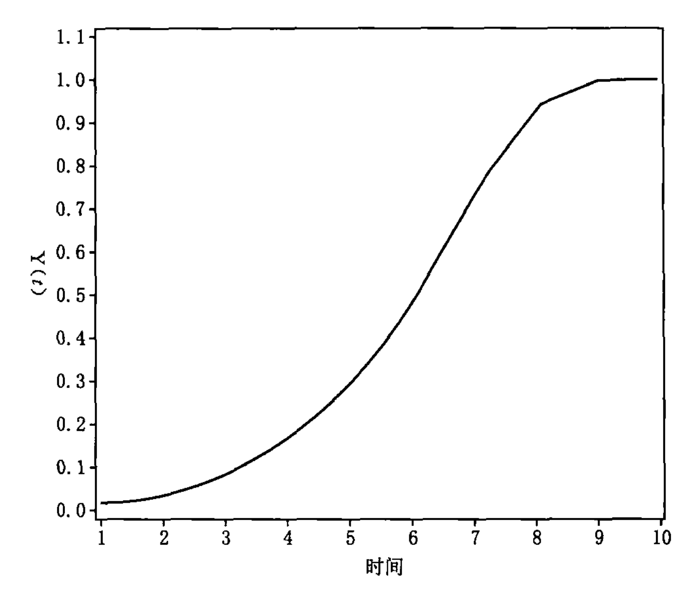


图 6.3 logistic 方程, $a = 1.02$, $y(0) = 0.02$

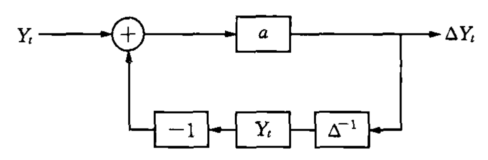


图 6.4 logistic 模型的一种图解代数形式

$$Y_t(a/(1+aY_t\Delta^{-1})) = \Delta Y_t$$

然后得出：

$$aY_t = \Delta Y_t + aY_t\Delta^{-1}\Delta Y_t = \Delta Y_t + aY_tY_t = \Delta Y_t + aY_t^2$$

其中，Δ^{-1}算子并不适用于 aY_t(参考下面关于非线性模型中算子的讨论)。于是：

$$\Delta Y_t = aY_t - aY_t^2 = aY_t(1-Y_t)$$

即为最后结果。

用图解代数表示 logistic 模型的另一种方法，可以用图 6.5 表示。在这一例子中，变量的值的区间 U_t 被加入模型，这适用于许多情形。比方说，我们用 logistic 模型研究人口的增长。为什么人口的极限会随着时间而变化？这可能有一些理由。例如，如果我们研究世界人口，人口的极限可能取决于农业科技在食物生产方面的发展。但是如果反过来说，人口的极限也可能取决于由于全球变暖而引起的环境的恶化。一些关于环境的模型表明，两极的冰川可能在未来由于全球变暖而融化，另外一些研究认为这将导致海平面的上升。如果上升的幅度过大，许多沿海城市将会被淹没，像（美国的一些城市）纽约、迈阿密、洛杉矶、旧金山、华盛顿、西雅图、休斯敦，等等，这会导致朝着美国内地的大规模移民。由于许多耕地位于这些沿海地区，可能会出现食物的短缺，还可能伴随着更为严重的气候恶化。由于全球变暖而导致的恶果还有很多。这里我们要说的只是，人口的极限可能会受全球变暖程度的影响。

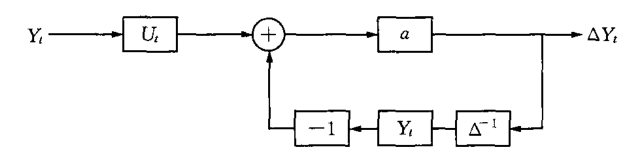


图 6.5　含有区间变量的 logistic 模型的一种图解代数形式

在图 6.5 中，区间变量对输入起直接作用。用曼森法则，可以将这一模型分解为方程 6.3：

$$\Delta Y_t = Y_t U_t [a/(1 + aY_t \Delta^{-1})] \qquad [6.3]$$

整理，得到：

$$\Delta Y_t = aY_t(U_t - Y_t) \qquad [6.4]$$

从方程6.4可以看到，区间变量U_t会变化，而Y_t的值则会在极限值周围波动。

Cortes等人(1974:257—259)报告了用图解代数定义方程6.4的另一种方法。该方法可以用图6.6表示。读者可以比较图6.5和图6.6，看图解代数怎么可以用不同的方式产生同样的代数方程。这对于系统论而言很常见。比如，与之类似，以不同的方式组合电路可以产生同样的结果。

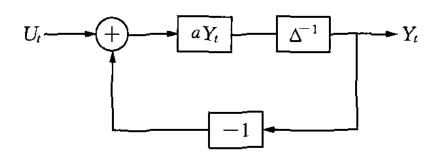


图6.6　含有区间变量的logistic模型的另一种图解代数形式

延迟和不稳定

logistic模型也可以用连续时间表示。利用图解代数，现在我们在logistic模型中引入连续时间的延迟算子，而不是简单地用连续时间算子来代替非连续时间算子。延迟算子一般会给模型带来相当程度的动态的、非线性的不稳定性。对这一非线性的不稳定性(nonlinear instability)的有用的介绍，可以在Haberman(1977:162—169)的著作中找到。在logistic模型中，现在我们假设人口的变化不依赖现在的人口水平，而是与过去人口的总数相关。比如，人口增长可以是由人口压力本身造成的环境恶化的函数。环境恶化通常需要一些时间才能被观察到。例如，氟的排放会造成臭氧洞，

但是这些气体到达臭氧层通常需要大约 12 年的时间。因此，今天看到的臭氧层的破坏，来源于 12 年前人类的排放行为。如果我们想要将这一延迟效应包含进模型，我们需要重写 logistic 模型，以使其可以在现在的时间点上回应过去的而不是现在的条件。

从代数上说，这可以用方程 6.5 表示：

$$dY_t/d_t = aY_t(1-Y_{t-i}) \qquad [6.5]$$

其中，i 表示延迟的时间长度。注意，延迟项 Y_{t-i} 只在方程右边的一部分出现。括号中的这部分，描述的是因变量之前的值对当前值的导数的影响。随着 Y_{t-i} 的值趋近其极限(在这一例子中为 1)，导数 dY_t/d_t 趋近于 0。该模型含有时间下标以区分 Y 在时点 t 和 t 之前时点的值(比如，Y_{t-i})。

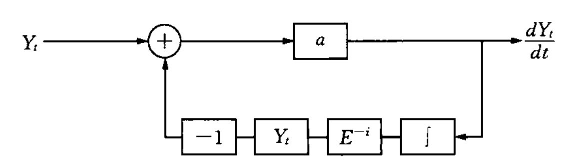


图 6.7　含有延迟效应的 logistic 模型的一种图解代数形式

为了用图解代数表示方程 6.5 中的延迟效应，我们需要用到延迟算子 E^{-i}，其中，$-i$ 表示时间延迟的长度。对于非连续时间模型，i 的值是整数。但是在连续时间模型中，延迟的长度可以为任意值。图 6.7 表示了方程 6.5 的一种图解代数定义。它很好地体现了在非线性模型中，为什么需要注意线性算子的用法。该图中，延迟算子出现在反馈路径上，沿着积分号通过变量 Y_t。这一位置很重要。它表明，系统的输出 dY_t/d_t 首先在反馈路径上遇到积分号 $\int$，然后因为倒数

算子的性质被其转换为 Y_t；Y_t 然后遇到延迟算子 E^{-i}，并被转换为 Y_{t-i}；Y_{t-i} 之后遇到 Y_t，与其相乘得到结果 Y_tY_{t-i}，再然后在被加到系统输入 Y_t（在加号处）之前与 -1 相乘。这一结果可以用方程 6.6 表示：

$$dY_t/d_t = a(Y_t - Y_tY_{t-i}) = aY_t(1 - Y_{t-i}) \quad [6.6]$$

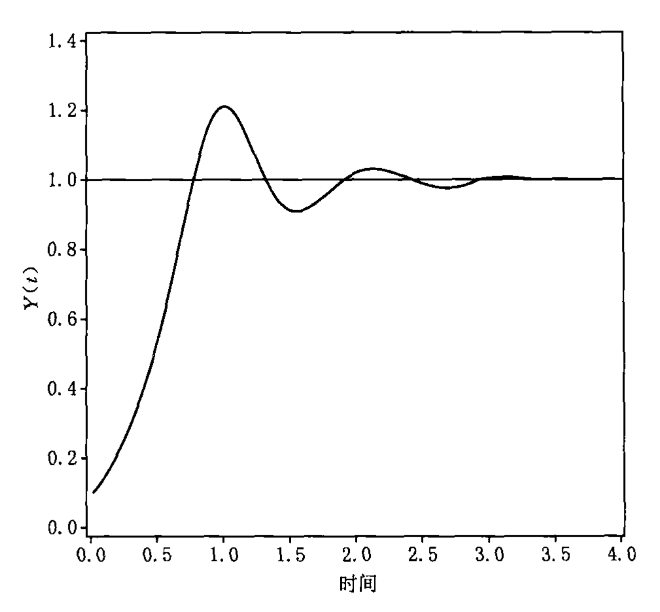


图 6.8 含有延迟效应的 logistic 模型

从图 6.8 可知，延迟算子的使用给方程 6.6 的模型带来了不稳定性。这里，$a = 3$，延迟 i 等于 0.2 个时间单位。图 6.3 中的平滑曲线在该图中则表现为围绕着均衡值的上下波动。在这一例子中，曲线趋向于均衡值；但是，可以通过设定参数值和延迟值让该模型具有更大程度的不稳定性。

第3节 | 非线性模型中算子的放置法则

在非线性模型中,需要特别注意时间算子的使用方式。在线性模型中,时间算子比较好理解,也不容易出错,因为本书中提到的算子(比如 E^{-1}, E, Δ, Δ^{-1})只在一个时间点上和一个变量相关联。但是在非线性模型中,算子可以通过乘积关系与某个含有不止一个变量的项发生关系,这就需要知道算子是影响了所有的变量,还是只是一个变量。

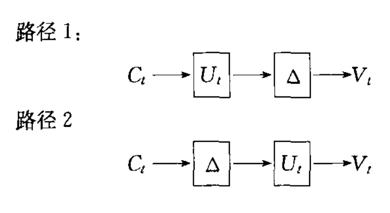


图 6.9 路径流动和算子次序

一个基本的法则是看每条路径的流动方向,然后注意算子和变量在这些路径中碰到时产生的结果。比如,考虑图 6.9 中的两条路径。第一条路径可以用方程 6.7 表示,第二条可以用方程 6.8 表示:

$$路径 1:V_t = \Delta(C_tU_t) = C_{t+1}U_{t+1} - C_tU_t \qquad [6.7]$$

$$路径2: V_t = (\Delta C_t)U_t = (C_{t+1} - C_t)U_t \qquad [6.8]$$

在路径1中,变量 C_t 和 U_t 的乘积在差分算子 Δ 之前。因此,差分算子影响的是这两个变量的乘积。在路径2中,差分算子首先遇到变量 C_t,它只影响该变量,然后和变量 U_t 相乘。这样的差别在用图解代数讨论 logistic 模型时也遇到过。算子的次序在非线性系统中很重要;在非线性的背景下,不能认为算子遵从类似于乘法交换律的法则。

在线性的情况下,本书提到的算子则可以认为类似于服从乘法交换律,当然更准确的说法是它们满足第3章所描述的齐性法则。比如,$\Delta E y_t = E \Delta y_t$,或者 $\Delta a y_t = a \Delta y_t$,其中,$a$ 是常数(参见 Goldberg, 1958:36)。事实上,算子 E^{-1}, E, Δ, Δ^{-1} 都可被称为线性算子,因为它们都类似服从于线性背景下的交换律和分配律。在服从分配律方面,更准确的说法是算子满足第3章所描述的重叠法则。但是,这里要强调的是,线性算子的齐性法则和重叠法则并不适用于非线性情况。在非线性的情况下,研究者需要追踪路径流动的方向以及算子在流动方面的先后次序。

还需要注意,互为倒数的算子如何影响同一个变量,特别是当这个变量通过乘法出现两次的时候。比如,应该注意 $\Delta y_t \Delta^{-1} y_t \neq \Delta \Delta^{-1} y_t$。这一背后的逻辑可以很容易通过类比连续时间模型看出来。左边的这一项是两个不同事物的真实相乘,而右边的这一项是两个互为倒数的算子相互抵消的算法。比如,考虑下面简单的函数 $f(x) = y = x$。注意,$f'(x) = 1$,而且 $\int f(x)dx = x^2/2 + C$,其中 C 是积分的任意常数。现在,

$$dy/dx\int f(x)dx = 1[x^2/2 + C] = 1/2x^2 + C \quad [6.9]$$

但是,也要注意到,

$$d\int f(x)dx/dx = x \quad [6.10]$$

这与方程 6.9 是不一样的结果。

总结一下,在非线性模型的背景下,算子的先后次序很关键。一句话,当一个算子出现在非线性系统里的任意路径(向前或者向后)上时,它应该放在路径流动中的先后次序中去理解。

第 4 节 | 图解代数和混沌理论

图解代数作为一种语言，可以为与混沌理论（chaos）相关的复杂行为提供新的非线性模型的定义。比如，所有研究混沌状态的连续时间模型中，最著名的可能是 Lorenz（1963）所提出的“奇异引子”（strange attractor）。该模型的三个方程可以通过方程 6.11、方程 6.12 和方程 6.13 呈现出来：

$$dx/dt = s(y - x) \tag{6.11}$$

$$dy/dt = rx - y - xz \tag{6.12}$$

$$dz/dt = xy - bz \tag{6.13}$$

在该系统中，三个状态变量是 x，y 和 z，其中 s，r 和 b 是该模型的参数。这一模型最初是用来探讨天气模式的，其变量关系是相互依赖的，因为变量在不止一个方程中出现。它也是一个完全自主的系统，因为自变量 t 并没有很明确地包含在模型中。

在发展与此类似的模型的时候，研究者会面临一个挑战，即他们必须在代数上指出，一个变量的改变如何会被其他变量的层次和变化所影响。许多社会科学的研究者可能会发现，在非线性模型中，利用图解代数去描述这一过程会很有用。这大大地体现了图解代数在应用方面的灵活性。

图 6.10 表明了上述模型的图解代数形式。在该模型中,混乱行为的表现由其非线性结构和模型参数值共同决定。

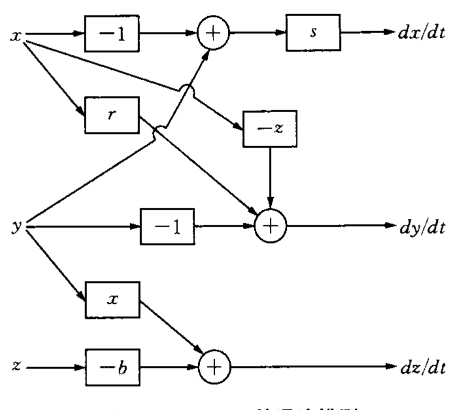


图 6.10 Lorenz 的混沌模型

图 6.10 体现出了 Lorenz 模型在结构上的复杂性。比如,它既有线性路径也有非线性路径——像从变量 x 到 dy/dt 的这两条路径,还有变量值之间的差异,例如在乘以参数 s 得到产出 dx/dt 之前,y 减去 x 的时候。这些情况表明,这一模型含有许多内容,而图解代数正好可以帮助我们理解其中的各种路径。作为理解其定义的一种方法,我们先从 Lorenz 模型开始,然后将图解代数加进去。不过多数研究者希望从一开始就使用图解代数,因为它有助于最初的概念化过程和之后的理论创新过程。

如果要看一个非线性过程有多复杂,检验 Lorenz 模型许多可能的结果将是一个很好的体验。图 6.11 是 Lorenz 模型的一部分图形。在没有时间因素的情况下,该图有三个状态变量的延续轨迹(关于这一类图形的更详细的讨论,见 Brown, 2007)。这是 Lorenz 模型奇异引子的一个方面。一

旦模型的轨迹进入引子的区域，它就会以非常规和不重复的模式在这两个零向量周围盘旋，也就是说，这两个向量处于这个引子卷形洞孔的中间。所以，虽然这是一个可以确定的(deterministic)模型，但是在许多方面看起来像是随机的。

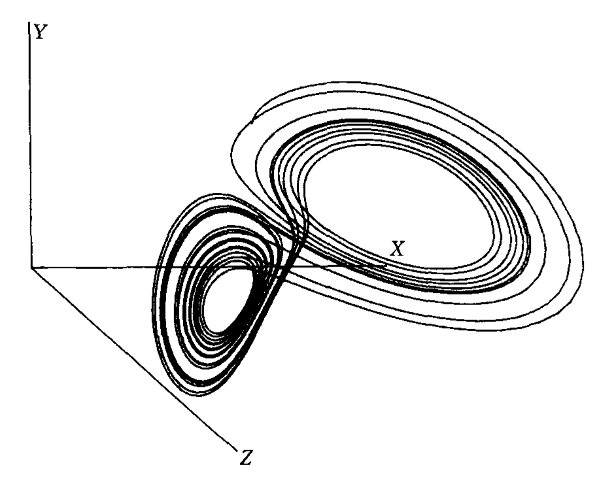


图 6.11 Lorenz 模型中的奇异引子

许多研究现在都关注像 Lorenz 模型这样的混沌系统。事实上，关于非线性微分和差分方程的一般性问题，是数学中一个不那么流行的领域，本科生很少能接触到它。这类研究的一些例子，包括混沌理论、突变理论以及关于非线性模型的一般性研究及应用。对这类非线性动态模型的探索，很有可能体现了社会科学中一些最有意思的研究，而图解代数语言在这方面将有很大的潜力去帮助这些研究进行下去(可特别参见 Kiel & Elliott, 1996；也可见 Richards, 2000)。关于 Lorenz 模型高度复杂的动态的讨论以及关于混沌理论的更为广泛的讨论，可以在 Brown(1995b)的著作及其他一些地方找到。

第 5 节 | 受迫振动

一个特别有用的通过图解代数将非线性引入到模型中的方法,是“受迫振动”(Forced Oscillators)。受迫振动在物理学中特别常见,在用微分方程对这类系统进行建模的教材中也常常出现(Brown, 2007;也可参见 Blanchard、Devaney & Hall, 2006:382)。它通常用在如下情况,即系统回应一项有着固定变化或者反复出现的投入或者刺激。比如,钟摆的运动方式可以通过受迫振动模型来描述。有时候,它们被称为“受迫谐振”或者“受迫方程”(forced equations)。

在社会、政治系统中,经常可以用受迫振动来构建模型。比如,民主国家的选举通常在一定的年限里每几年发生一次。在美国,国会选举每两年一次,总统选举每四年一次。我们生活的其他方面也有会经历循环的系统,比如吃饭、睡觉和运动。我们的经济也会经历增长和衰退的循环。我们每天去工作,每年会有休假,每周会去做礼拜。总之,人类在许多方面是周期性的动物。

有不止一种的方法可以通过图解代数将周期性的行为引入模型中去。一种方法是让参数随着特定的周期变动。比如,我们可以改变 Richardson 军备竞赛模型,以包含周期性的选举行为。一个国家的政党(特别是执政党)领袖可能

发现，用一些关于其他国家潜在威胁的观念让本国国民感到害怕，是一个获得选票的好办法。在一些情况下，一个领袖可能甚至会在选举前发起或者增加不友好的军事行动。由于选举是周期性发生的，这些让国民感到害怕的演讲以及军费上的增加，可能与选举的时间表同时发生。如果把这些思想包含到一个修改了的 Richardson 军备竞赛模型中去，其方式之一可以用图 6.12 表示。

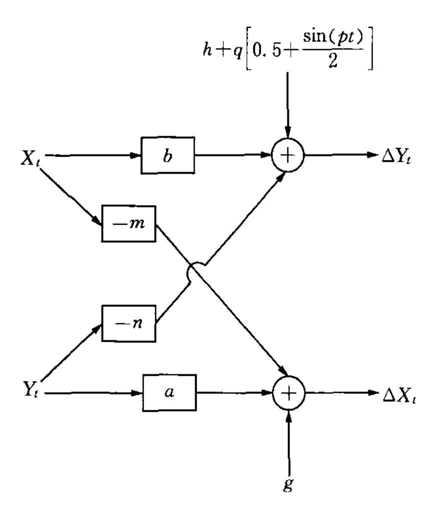


图 6.12　Richardson 军备竞赛模型：含有与选举时间表一起变化的受迫振动

在图 6.12 中，描述国家 Y 的领袖的怨恨和野心的项（之前是参数 h）现在为：

$$h+q\left[0.5+\frac{\sin(pt)}{2}\right]$$

虽然有许多方法去定义一个变动的输入，上述定义仍然是有用的，因为这样可以理解参数值为什么会变小。输入方程允许输入值在 h 和 $h+q$ 之间变化。根据上述理论，对于国

家 Y 的选举周期,该输入可以上升到的最大值是 $h+q$,而可以降低到的最小值是 h。这是正弦曲线的一个例子。该输入的周期是 $2\pi/p$,频率是 $p/2\pi$。

图 6.12 代表了方程 6.14 和方程 6.15:

$$\Delta x_t = ay_t - mx_t + g \qquad [6.14]$$

$$\Delta y_t = bx_t - ny_t + \left(h + q\left[0.5 + \frac{\sin(pt)}{2}\right]\right) \qquad [6.15]$$

该模型现在是非单调的,因为自变量 t 很明确地被包含进去了。对这类模型有兴趣的读者可以参考 Blanchard 等人(2006:397—407)和 Brown(2007)的讨论。另外注意,我们可以把振动项(forcing term)放在模型的其他地方,这样也很有用。比如,与其包含振动参数 h,我们可以把特定的参数 b 作为振动参数——这可以是因为国家 Y 对国家 X 的军费可能会随着选举时间表而做出反应,但其反应的来源并不是国家领袖的怨憎和野心,(即参数 h)。为了把这些思想包含进图解代数之中,全部的振动项(像上述讨论中提到的参数 h),可以包含在一个图 6.12 中含有参数 b 的方框里。有兴趣的读者可以参考 Danby(1997:102—106)对这类振动的讨论。虽然他在捕食—食饵模型的背景下应用受迫振动,但他建立模型的方法还是可以广泛地应用于许多情境。

第7章

条件路径的使用

本书之前讨论的都是含有固定参数的系统,没有参数因为特定的内部或者外部的条件而可以加入或者不加入模型。有时候用图解代数去发展一个用特定条件来打开或者闭合一条路径的模型是有用的。只在特定条件下打开的路径,即为条件路径(conditional path)。它可在许多的背景下应用,本章只讨论一些潜在的例子。

条件路径的思想与社会学理论建构中常提到的“限制条件”(scope condition)的思想紧密相关。最初的思想来自Toulmin(1953)。之后,一些学者在关于“限制条件”这一总体的理论框架中加入了很多内容(特别参见 Cohen, 1980、1989、Liao, 1990、1992; Walker & Cohen, 1995)。“限制条件”的基本观点是,特定的理论或者理论框架只在一定条件下成立。比如,两个变量 x 和 y 之间存在着一定的关系(或者,在我们现在的理论框架下,系统的状态通过路径联系起来),我们用 xRy 来表示。虽然我们希望发展最能被推广的理论,但是无所不包的理论是不可能存在的。在社会科学中,许多现象或者关系,只会在特定的有严格限制的条件下发生,我们也只有在这些严格的限制条件下,重复地观察到这些现象或者关系的出现。当放宽了严格的限制条件之后,

发生特定的现象或者关系的概率也会降低。在这样的理论建构过程中,研究者通过逐渐放宽限制条件,试图找到特定的现象或者关系得以存在的条件,直到所要观察的现象或关系不再出现。在这一点上,才可以说该现象或者关系得以存在的系统的界限得到了定义。

用社会学中经常出现的术语,我们可以说,在特定的限制条件下两个变量之间存在着关系,可以用 $SC1 \rightarrow xRy$ 来表示。在此,可以把该关系 xRy 看做系统两个状态之间的路径,该路径只有在特定的限制条件下有效存在。这允许我们按照需要的复杂程度来建构理论,表明何时以及在何种条件下特定的路径可能存在。我们可以通过不断检验限制条件的界限,沿着可推广性这一方向来进一步推进理论的发展。

条件路径在许多学科和理论背景下都可以得到应用。下面我提供一个例子作为启发,以表明它可以怎样被应用到逻辑和决策理论(logical and decision theory)中去——这是社会科学中一个繁荣的领域。

第1节 | 逻辑和决策系统

社会学科中的许多研究都出现在决策理论这一领域,包括博弈论、社会选择理论以及更广泛的理性选择理论,等等。现在我们简单地讨论一下图解代数怎样应用于这一领域,因为这一领域可能正是一些读者的研究领域。迄今为止,本书只关注同步变化(synchronic change)。如前面所提到的,同步变化表明,只要系统仍在运转,其过程就是不变的。历时变化与之相反,它从本质上表明该系统不再有效,一个新的系统会取而代之。一些关于逻辑和决策系统的讨论,倾向于用两种方法来研究历时变化。一是分别描述两种或以上相关联但是不相同的系统,一是看系统的路径是否有条件限制,并且只在特定的条件下呈现出来(Cortes et al., 1974: 261—267)。让我们首先关注第二种方法。通过它,人们可以将一个或以上的路径变成条件路径,从而把两个系统联系在一起。

让我们在条件路径的视角下考虑 Richardson 军备竞赛模型。该模型最初设定军备竞赛中的每个国家都担心其他的国家。但是,假如一个国家是民主国家(国家 A),且由一个在军事上为鹰派的政党所领导,该国的军费只会随着其他国家(国家 B)军费的增长而增长。那么,当一个在军事上没

有那么强硬的政党赢得了选举，军备竞赛就会实质上停止。我们可以通过修改图 4.1，即像图 7.1 那样包含一个条件路径，来描述这一动态的过程。

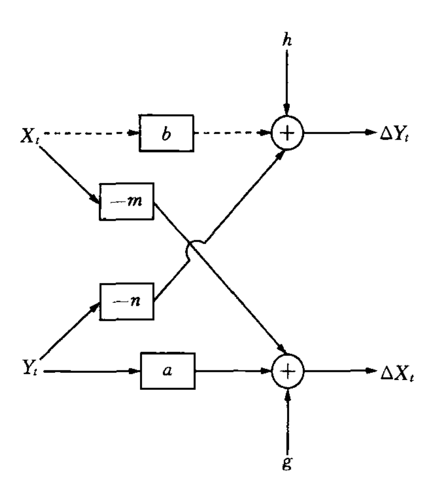


图 7.1 含有条件路径的 Richardson 军备竞赛模型

在图 7.1 中，最上面的正向路径由虚线构成，这就是条件路径。基于个人的偏好，我用实线表示固定（不变的）路径，而用虚线、点线或者虚点线表示条件路径。在这样的系统中，条件路径只有当一些条件或者决定发生的时候才会被激活。条件路径的激活就像一个电脑程序有不同的条件语句，就像“如果—那么”（if-then）语句那样。如果特定的条件或者决定出现了，那么该路径就会打开；如果没有出现，该路径就不被激活。

也有可能有部分激活或者没有被激活的路径，这取决于决定路径是否开闭的条件。比如，上述模型中的民主国家即使是由一个鸽派的执政党执政，也有可能没有完全忽略军备

竞赛。虽然它会随着对国内的需求和支出的关注而越来越不关心军备竞赛,但条件路径依然存在,只是它对系统的影响取决于执政党在政治上的意识形态。这仍然是一个条件路径——只不过该路径比起简单的激活/非激活而言,具有更大的灵活性。

这一案例应该归于选择理论的框架之下,因为选择理论的研究者可以对路径的激活与否发展出自己的理论。也就是说,他们可以通过发展理论(比如,提供公理),来确定在何种条件下,某条路径会被部分地或者完全地激活。在这样的情况下,选择理论可以与系统论动态地互动。在选择理论有效的情况下,系统论对它进行回馈,然后选择理论可以随之回应于新的由系统决定的“基础事实”(facts on the ground)。这一动态的可能存在于选择理论和系统论之间的相互反馈的行为,可以导致更为精彩的理论建构。

第2节 | 民主转型的一个例子

现在让我们进一步用一个不同的例子和一个不同的代数方法(在图解代数中不用虚线),来介绍条件路径的思想。21世纪前叶,中国经济发展迅速。国内开始有压力用民主制度使其政府现代化,以便继续促进经济发展。事实上,随着中国的精英涉及国家对经济的指导权方面的问题,他们可能会意识到民主现代化是一项必要的、可以保护自身财产和投资的措施。如果用图解代数来对这一过程建模,该如何研究从威权体制向民主体制的过渡?换句话说,如果是中国精英自己选择一个民主政体而非威权政体,该怎样用图解代数对他们的选择进行建模?

可以通过定义一条条件路径,用数学而非用(先验的)基于逻辑或者决定的机制(logical or decision mechanism),来描述精英的选择对系统的影响。这使得用数学描述体制的转变成为可能,也使得图解代数可以用来对这些制度转换进行建模。该如何做最终取决于研究者的偏好,因为没有一种适合于大部分情况的方法。在这里,我仅仅提供一个例子,而不是开出适合所有情况的灵丹妙药。

研究从威权体制向民主体制的转换的一种方法,是建立一个突变模型(catastrophetheory),以描述政府集权化(cen-

tralization)的程度。威权政体更倾向于强调从上到下的决策过程以及等级控制,通常比民主政体更加集权化。如果这一点成立的话,那么仅以集权化程度而论,这两种政体可以被认为是处于同一连续谱的两端。该如何描述从一端突然转换到另一端的过程呢?突变模型可以在同步系统的背景下做到这一点。也就是说,可以用图解代数去确定一个突变模型,允许突然的政体上的转变,而不需要分别就两种政体设计模型,尽管从性质上说政体的转变是历时性的。

在这里,我们不关注突变模型的细节,读者可以在Brown(1995b、2008)的著作中找到关于其主要特征的介绍以及一些应用突变模型的社会科学的例子,在Gottman、Murray、Swanson、Tyson和Swanson(2003)的著作中找到突变模型在婚姻问题上的应用,在Ludwig、Jones和Holling(1978)的著作中找到一个经典的生态学的例子。也有一些其他的关于突变理论的广泛的数学文献,与当前的讨论高度相关。

突变模型可以在模型中建立竞争性均衡(competing equilibrium)。每个均衡都有其条件域(basin of attraction),也就是在该模型的定义区间里每个均衡所处的区域。因此,任何穿过某个特定条件域的模型的轨迹,会突然到达另一个竞争性均衡所处的条件域。这意味着从某一特定的轨迹、事件的结果或者历史的角度而言,该模型经历了一个均衡及其条件域的消失,和另一个均衡及其条件域的出现,也就意味着系统发生了巨大的变化。

为此,需要引入"控制参数"(control parameter)来理解突变模型。控制参数是一个逐渐变化的参数。它的变化与

系统的变化内在地联系在一起，通常会有一个单独的方程来描述这一变化。如果控制参数的值超过了某个临界点，该系统会突然发生变化，其模型轨迹会从一个条件域"飞"到另一个。对控制参数的变化进行建模的一个可行的方法，是对政府领导人[①]面对的这些选择的结果进行建模，因为他们会衡量继续威权政体的利益以及进行采用民主制度所可能带来的经济利益，比如说，后者包括一个更现代的可以解决企业纠纷的司法系统。

在动态博弈方面有大量的文献，其中一些用微分方程来建模。这些方法可以用来确定动态参数的变化。因此，这里我们可以通过一个复杂的系统，将理性人假设和稍后导向于系统临界点的理性选择结合起来。一方面，图解代数能够对竞争性均衡理论的一般形式进行建模；另一方面，动态选择模型可以用来理解系统内部发生的变化。将环境结构的变化和动态选择结合在一起，就可以理解为什么会出现系统状态的突然变化。这里，我们研究的世界既不是完全个人理性的、从而缺乏结构上决定性的，也不是完全具有结构上的决定性的、从而缺乏个人理性的。与之相反，它是个人理性和环境结构互动的结合，体现了一种有趣混合模型。在这样的互动中并不难继续加入概率性的一面，而这只会让我们的理论建构更加精细而复杂。

在上述例子中，突变理论通过在模型中控制参数值的突然变化，来改变路径的作用。而之前如图 7.1 所用到的方法，则是控制条件路径的逻辑条件，来改变系统变量的值。

---

① 即前文所说的精英。——译者注

正如 Cortes 等人(1974:261—267)所建议的那样,这一条件路径的方法也适用于历时性的系统,不过,由于突变理论允许系统完全同步,它不太需要像图 7.1 那样单独用平滑曲线或者实线来刻画这些路径。这两种方法在处理条件路径方面都同样有用、同样适合。

再次强调,以上只是一些用图解代数确定变化的例子。我试图将社会变迁看做个体选择、环境结构(即刺激—反应决定性)、再加上一些随机性(比如随机误差)的一个复杂的组合。上述例子都反映了这一混合的视角。不过,我的这些例子只具有参考意义。该如何使用图解代数,取决于研究者他们自己的模型需要。



系统、刺激和随机性

社会系统很少长时间地平缓运行。总有一些事情对系统产生压力。我们可以把这种压力想象成由概率法则所决定的不断发生的随机因素,也可以想象成一个单独的、有明确定义的对系统的刺激。这些随机因素可以直接通过图解代数加入到模型中去,但是它们在何处加入模型以及背后的理论意义,则是我们要思考的一个重要的问题。

让我们重新考虑一个含有延迟效应的 logistic 方程。它可以在两个不同的方面将随机性包括进模型中。首先,我们引入一个新的观点,即人口的极限可能取决于随机差异。这样,我们就有一个极限(limit),它由两个因素构成:(1)一个单一的极限均值(deterministic limit);(2)围绕着这一极限均值的来自于系统之外的随机误差(variation)。现在,我们用 logistic 方程对某一地区的人口增长进行建模。我们假设在气候方面(由全球变暖或者毁坏一个系统的庄稼等因素造成)的一些重要变化,会影响之后的食物供给。这样,这一地区的人口水平会趋近某一极限,而且该极限不会一成不变。

可以用图 8.1 表示这一思想。注意,随机因素现在是系统的一部分,它们可以以相似的方式插入到非连续时间的模型和连续时间的模型当中。

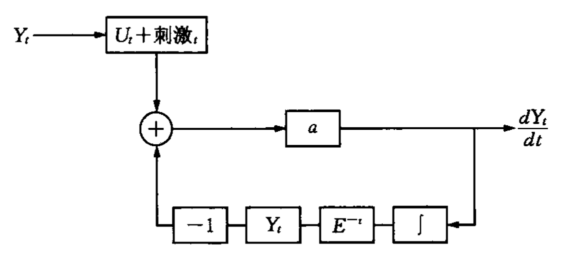


图 8.1 含有延迟效应和刺激的 logistic 模型

虽然从一个模型的图解代数形式(比如图 8.1)到方程形式相对简单,但是对于非线性模型而言,分析代数方程本身就是一项具有挑战性的工作,特别是当该模型包含了随机因素的时候。这一"问题"之所以出现,是因为图解代数允许人们发展更为复杂的模型,而这也是图解代数的优势所在。不过,既然有了这样的模型,就需要考虑如何去分析它。最具挑战性的情况,是含有连续时间模型,或者出现了框架整合以及 Laplace 转换这类问题。幸运的是,高速电脑时代的到来使得这类问题有一些相对简单的解决方法。在连续时间模型方面,越来越多的数学家现在建议用新的方法(比如,一个四阶的 Runge Kutta)对这些方程求解。Brown(2007)用了许多社会科学的例子,说明该如何达到这一目的。

图 8.1 中连续时间模型的时间序列,可以用图 8.2 表示。在图 8.2 中,U_t 与一个有着正态分布的刺激相叠加,该分布的均值为 0,方差为 0.3。在该图中可以很清楚地看到,Y_t 的值随着极限的均值上下波动。有时候,研究者可能想用一个单独随机的刺激(hammer blow,即一个单独的系统需要回应的随机刺激),来代替连续随机的刺激,在这样的情况下,图解代数的表达形式和图 8.1 是一样的,只不过所导致

的时间序列图不一样。

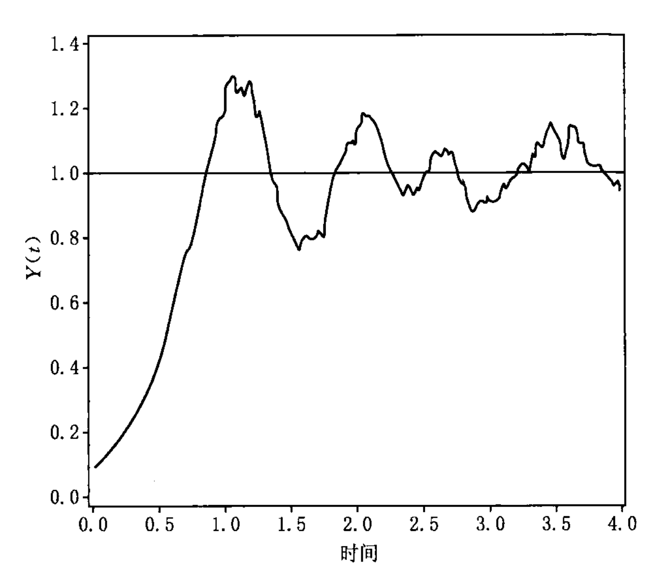


图 8.2 含有延迟效应和变量极限的 logistic 模型

我们现在考虑在含有延迟效应的 logistic 模型里，将随机性加入到模型的增长参数中的情况。该模型的图解代数方式可以用图 8.3 表示。

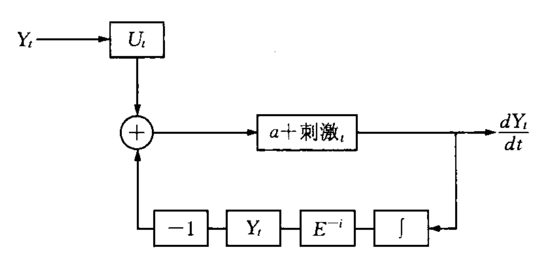


图 8.3 含有延迟效应和增长率变量的 logistic 模型

图 8.4 表示了这一模型的时间序列图。与之前一样，其

Y_t 的值是用一个四阶的 Runge Kutta 计算得到的，这是一个非常简单的工作（同样，见 Brown，2007）。这里，一个随机的、正态分布的刺激，其均值为 0、方差为 0.4，与参数 a 相叠加。这一含有增长参数变量和延迟效应的模型，在许多复杂的历时行为中都出现了，不过这里所涉及的例子简单得多。

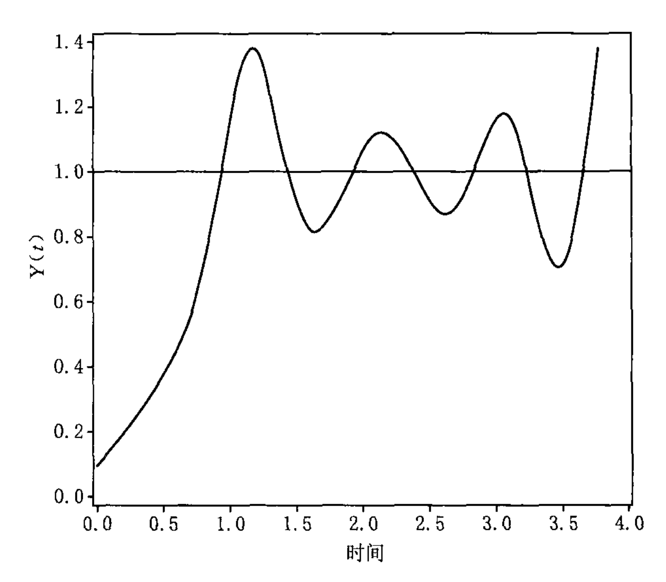


图 8.4　含有延迟效应和变量极限的 logistic 模型

连续随机的刺激或者单独随机的刺激，特别适合于对系统进行模拟。这对于研究系统在有外部压力的条件下如何运作是有用的。比如，研究者可以控制外部压力的程度。再比如，研究者有时候想要在现实数据中加入随机性。这在参数是一个条件参数，也就是该参数在没有加入某个变量时是一个值，而在加入这个变量时是另一个值的时候会特别有用。一种方法是让系统中的参数由含有一个或者多个变量的线性方程决定（对于用该方法完整估计的社会科学的例

子,见 Brown, 1995a)。

让我们考虑人口增长率取决于油价的情况。石油在很大程度上可以影响人口的增长。比如,除了可以为农场上的机器提供动力以便运输产品和人力之外,它还是很多肥料的原材料。如果研究者想要考虑用 logistic 模型研究油价对人口增长的影响,图 8.5 显示了一种方法。

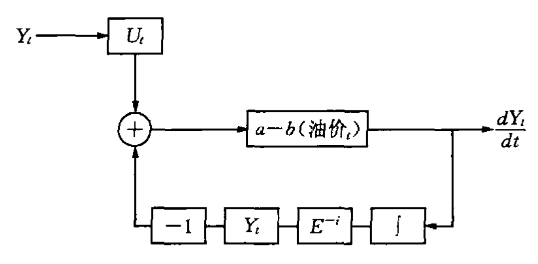


图 8.5 含有延迟效应和一个依赖于油价的增长率变量的 logistic 模型

图 8.5 没有加入随机刺激,但有一条含有线性表述 $a-b$ (油价 t)的正向路径。参数 b 之前有负号是因为高油价可能会降低人口的增长率。如果继续在这一线性表达中加入单一随机刺激来增加模型的复杂性,现在很容易,也很有吸引力。比如,它可以反映出,油价的突然增加可能出现在中东。这时,正向路径上的线性表述可以是 $a-b$(油价$_t$) $-c$(刺激$_t$)。该模型的代数形式则为:

$$dY_t/d_t = [a - b(\text{油价}_t) - c(\text{刺激}_t)]Y_t(1 - Y_{t-i}) \quad [8.1]$$

第9章

图解代数和社会理论

这个世界几乎每件事物都可以被认为是某个系统的一部分,这当然也包括人们的行为和态度。但这并不意味着系统论和图解代数适用于所有的情况。图解代数只是许多研究社会、政治现象的方法中的一种。不过,所有科学研究的方法都有一些理论上要注意的地方,因此,有必要考察一下本书涉及的系统论的理论内容。

图解代数本身意味着有一些理论内容是独立于研究者的研究课题的。也就是说,图解代数从一开始就是理论导向的;当人们用它的时候,他们自己的理论和这一语言自动地捆绑在一起。有哪些内容是捆绑在一起的呢?

为了理解图解代数语言在实际应用中所暗示的理论,我们将它与线性回归模型相比较。线性回归模型的主要价值,是能体现出模型中变量的统计显著性。因此,线性回归模型的重点是模型中所包含的变量,而不是整个模型本身。换句话说,在线性回归模型中,我们更感兴趣的是一系列自变量和因变量之间的相对关系,特别是想知道哪个变量对因变量的影响更大。但是从系统的角度看,这些变量不是独立于整体的。在系统中,我们对作为系统组成部分的变量本身并没有兴趣,而是对作为一个整体的系统的行为有兴趣。这意味

着，人或者事一旦输入到系统，系统就会按照自己内部的逻辑来运转，并产生输出。也就是说，系统的运转把输入转换成了输出。这表明，当我们用系统论来研究社会的时候，我们是在考察一个转换的过程，这一点曾被 Cortes 等人(1974：271—272)明确指出过。

那什么是把输入转换为输出的系统呢？系统由其结构定义。系统的结构参与了行为，系统的行为又体现了系统的功能。因此，行为本身不是系统，它是系统的"生命"。那么，系统论是更关注于结构呢，还是更关注于行为，还是二者都是？通过比较理性选择和刺激—反应(stimulus-response)理论，我们间接地来讨论这一问题。当用理性选择理论研究一个特定的社会、政治现象的时候，一个理论前提是人们是理性的，或者他们看起来是理性的。而刺激—反应理论则不同，它认为人们的行为会受到社会背景和周围环境的影响。因此，理性选择理论和刺激—反应理论在某种程度上是理论的两端。

系统论以及图解代数并不需要一个关于理性的理论假设。它们也不需要关于刺激—回应的假设，虽然这也是允许的。系统论所要求的，是把系统本身作为一个整体来考虑，从本质上说，这是系统论唯一不变的"理论"。系统论认为，系统的组成部分不需要也不可能完全解释源于系统外部的现象。这是系统论在概念上最为关键的特征，也是人们在使用图解代数的时候，通常会采用的观点。这里说"通常"，因为也有可能不在系统的基础上(system-neutral)使用图解代数。比如图 2.2 中，图解代数被用来表达线性回归模型，它就不是在系统论的框架下加以描述的。不过，如果我们的模

型比线性回归模型更为复杂,就应该把系统作为一个整体来考虑;仅仅把系统的组成部分从模型中拿出来并独立地看待它们,并不能帮助我们理解系统本身。

用图解代数来发展一个系统论模型,要首先确定输入和输出,然后确定它们之间可能的转换。当模型建立起来之后,就应对模型进行检验。系统分析的最大优点之一,是研究者并不只是对模型进行检验,因为这个阶段仅仅是对已有的数据的分析。系统分析还可以用于反事实分析(counter-factual analysis),后者本质上是一个"如果—怎样"的问题。作为研究系统整体性质的一种方法,可以用含有假设情境的模型模拟系统的变化过程。因此,如果把现实中的系统行为扩展到一系列更广泛的假设情境中去,我们可以更好地理解一个系统。这也会增加我们用模型来预测不同情境的能力。比如,在地球环境的恶化这一问题上,我们想精确地知道未来的可能性,以便可以避免这些糟糕的情况。模拟一个含有各种不同假设条件(比如全球变暖)的系统模型,能够达到这一目的。

系统分析也允许研究者检验基于已有数据的模型的潜在特征。这不是一种反事实的分析,而是探索系统模型以揭示其潜在的反应机制,从而解释系统为什么会变成现在这个样子。通过分析系统的"半生"(half-life)轨迹来对系统的过去的进行检验(在几乎所有的关于微分和差分方程基础的教材中,这都是一个常见的题目),是这种系统分析的一个例子。

均衡这一概念对于理解系统论很关键。有三种类型的均衡。第一种,我们称之为"系统稳定的均衡"(equilibrium of

system stability)。在这一均衡下,系统以一种平衡的状态把输入转化为输出,其本质特征会在某些特定的时间里得到延续。因此,如果一个政府系统能进行自我复制,我们就可以说它处于一种均衡的状态。另外,如果一个民主政府被一个军政府取代,那么就会产生历时性的变化:一个民主政府的系统停止了,一个新的军政府系统产生了。但是无论如何,只要系统还继续运转,我们说系统本身处于均衡之中。

第二种均衡可以被称为"变量稳定的均衡"(equilibrium of variable stability)。这一均衡与系统的输出值有关。即,当一个系统含有适当的输入、输出和转化规则,这一系统就可以用代数形式来描述。系统的代数形式和系统的变量、参数值相关联。在许多情况下,变量和参数值的适当组合能导致一个特定的、处于稳定状态的输出结果,比如周期性的极限循环,或者在更复杂的系统中,一个由奇异引子定义的稳定的混沌状态。在这样的情况下,系统处于一种动态的均衡。它意味着系统的运行轨迹通过一个均衡引子(equilibrium attractor),到达了或者接近了均衡,不管这一均衡如何定义。

需要注意的是,系统的结构通常并不随着时间而变化。因此,当对同步(synchronic)变化建立模型的时候,系统本身可以视为不变。也就是说,系统的结构在一定的时间内是不变的。系统把输入转化为输出,仅仅与输入的值有关,而与输入进入系统的时间无关。同一输入在不同的时间点能重复发生,而系统在转化方面也不会因此而有差别。所以,只要系统的结构不变,输入和输出的值可以随意变化。事实上,从系统的稳定均衡这一角度,可以得出这一点(见 Cortes

et al.，1974:278—279)。

为什么说系统“通常”不随时间变化，而不是绝对不随时间变化？在已有的关于系统论的讨论中，系统常常被认为有着不变的结构。但是，现在数学和系统论的发展模糊了系统结构不随时间变化这一绝对的特征。比如，突变理论现在可以描述一个含有在变量值上发生极端和突然变化的系统，这也可以通过图解代数中的条件路径实现。因此，虽然在以前系统连续性常常意味着状态变量的逐渐(即成比例的)增长，如今一些复杂的系统模型不再受此限制。现在一个单独的、复杂的系统，能够解决以前通过放弃一个系统或者再造一个系统才能解决的问题，而这通常是一个带有高度非线性的系统模型。因此，一个系统是否随着时间变化，有时候取决于我们是否有能力用一个不随时间变化的理论简洁地描述它。如果没有这样的能力，我们可能需要用到两个甚至更多的系统，然后要面对这些系统之间是否关联的问题。

这就关系到我们说的第三种均衡，也就是“元均衡”(meta-equilibrium)。当一系列系统出现并以某种可定义的方式相互关联的时候，就会出现元均衡。比如，当系统由于外部环境的变化而消亡时，旧的系统被新的系统取代。新系统有着类似的生长、延续、衰退、最终消亡的过程，然后又会出现新的系统，如此循环。这就产生了所谓的“系统层级”(system cascade)，在本质上它含有所有的系统。元均衡是系统层级固定结构方面的一个特征。因此，存在着元系统(meta-system)，它是系统层级序列中所有的系统的集合。元系统有它自己稳定的结构，也就是处于一个稳定的元均衡时的状态。系统论认为系统也是更大的系统的组成部分。对于描述许多所

涉范围很大的社会、政治现象，这样的视角都有必要（对这一问题的另一种视角，见 Cortes et al. , 1974:289—291）。

让我们从一些基本社会理论开始，考虑所有这些问题。首先来看 Robert A. Nisbet（1969）的一些观点。Nisbet 有力地论证说，社会变迁在任何情况下都不可能完全避免。只有变化是不变的，在变化和稳定之间没有二分法。在他看来，没有任何东西是一样的，包括任意系统的结构。这似乎和我们之前关于系统不随时间变化的说法矛盾。不过，更深入的研究会发现这并不矛盾。在 Nisbet 看来，所有系统都从低级向高级发展。在某种程度上，可以认为高级的形式会比低级的更为复杂，虽然这一点并不完全必要。我们需要理解对从低级系统到高级系统的转变。这一过程包含系统之间的转化和发展，在新旧交替中新的系统会在旧的系统的基础上产生。从这一点上说，系统之间的转化是有方向的。系统把输入转变成输出的时候所依据的规则，决定了转化的方向。这也意味着，系统之间结构的变化也是有方向的。

根据 Nisbet 的观点，变化就是延续，这是系统结构自然进化的结果。所以，虽然一个特定的系统在某个时间段内可能是不变的，但这只是它在长期变迁过程中相对稳定的一环。任何时候，系统结构方面的变化都会导致系统发生一定的变化。这些变化有时候很小，以至于我们会忽略它们的存在。但这并不是一个问题。我们研究系统，正是因为系统结构变迁的可能性在一段时间内是可以看到的。这也就允许我们在暂时没有系统变迁的情况下研究系统的功能。

用 Rostow（1960）关于经济发展的理论来说明这一点。本质上，Rostow 认为长期的经济发展含有六个不同的阶段，

每个阶段都是一个独特的系统。第一个阶段是传统社会,通常以农业为基础。第二个阶段会出现信息方面的结构性变化,这由社会本身的技术进步和与其他更先进社会的接触所带来的。第三个阶段是快速的工业发展,开始出现机械化和商业化的农业。第四个阶段出现了一个富有的社会。第五个阶段会出现大规模的消费主义和大众消费,从而带来了社会的繁荣。最后,第六个阶段,消费主义和大众消费将导致人们生活质量的提高,也就是 Inglehart 和其他人所说的"后物质主义"(post-materialism)时代。这六个阶段的每个阶段都是一个可以被描述的、可辨识的系统。它们合起来又构成了一个系统、一个元系统。

和 Rostow 的观点相似,在政治学中,Organski(1965)也提出了政治发展的四个主要阶段。每个阶段都可以认为是一个独立的系统。第一个阶段是独立统一(primitive unification),这意味政府的成立,其主要目的是加强国家的基本功能。比如,这一阶段可以像殖民时代之后的非洲那样,同时出现多个独立国家。第二个阶段是经济发展,这通常意味着政府对工业化的扶持。第三个阶段是社会转型,因为工业化总是伴随着普罗大众的社会、经济困难。比如,人们从农村转到城市去寻找工作机会,但是由于竞争性强的经济环境要对生产过程进行反复评估,到城市的新的工人很少能得到稳定的工作。政府需要缓解这些转型中的阵痛,安抚大众的不满,因为这些有可能威胁到国家的长期稳定。最后,一个富余阶段会出现,这时政府的主要职责是帮助形成一个高度自由的经济。

这些阶段理论带来了该怎样去研究系统变迁的问题。

如果系统总是不断地变化,从一个阶段到另一个阶段,该怎样去建立模型?一些研究者可能只会研究不同阶段下结构稳定的系统,而忽略了系统结构变迁的潜在可能。然而所有这些潜在可能的变迁,差不多都是系统进化的结果。不过,确实可以暂时忽略这些潜在的变迁,直到它们最终累计到新旧交替、出现一个新的系统的时候。还有一些研究者试图考察系统之间的转变,这也就意味着对元系统的讨论。

讨论元系统,必须关注系统新旧交替时可能出现的危机。很少有系统在将终结的时候没有一些可以看到的危机。比如,与 Organski 关于政治发展的论述类似,Lucian Pye(1971)提出了一套理论,以讨论不同阶段发生更替时可能出现的危机。首先是身份认同危机。比如,政府需要让其国民认同他们是新国家的一员。一个例子是,在东非殖民时代之后,国家领导人的主要责任是让其国民意识到他们是坦桑尼亚人、肯尼亚人或者卢旺达人。不同的领导人有不同的策略来达到这一点。在坦桑尼亚,Julius Nyerere 的做法是封闭国境线,提出一个强迫实现农业的集体化(Ujamaa)的政策,把斯瓦西里语作为官方语言。Pye 所说的第二个危机是合法性危机。一开始,大众在很大程度上会同意政府职责的范围。但是,随着社会、政治团体的形成和成熟,他们会要求在政治系统中得到更多,这就会出现参与危机。然后,国家需要更多的官僚机构,也就是 Pye 所说的渗透(penetration)危机。最后,有一个分配危机,在此危机中,国家的责任是分配不同的自然资源、经济资源。

因此,当系统崩溃的时候,社会就会在此新旧交替之际承担这些危机。从这一角度来说,没有一个系统真正地与前

后的系统脱节。至少,旧的系统给新的系统提供了初始条件。而且,如果想要对元系统建立模型,可能还要把系统变迁的危机作为元系统的输出。给出这样的例子超出了本书的范围,但是这确实可以用图解代数来实现。在某些情况下,可能要用事件史分析甚至 logistic 回归分析来测量出现这些危机的可能性,而不是简单地把它们作为单独的事件。对于如何使用概率微分方程来处理这些问题,读者可以参考 May(1974:26—36)的介绍。

上述关于系统层级的讨论只涉及了系统结构发生历时性变迁的可能,还没有提到平行系统之间也可能发生互动。比如,某时点上处于某个地区的系统,可能会影响到另一个地区的系统。当然,不同地区的不同系统可能会相互不兼容,而这也可能表示了潜在的系统边界。这一点对于任何研究单一人类行为的项目都是有用的。对任何系统而言,总可以找到与其没有互动的其他系统。一个极端的例子是,生活在亚马逊丛林中的土著部落之间的争吵,几乎不可能影响到朝鲜和韩国之间的军事竞赛。

总结一下,在本书中我解释和扩展了 Cortes 等人(1974)著作中提到的图解代数语言,同时用新的数学、社会科学方面的理论更新了其应用。用这种语言,研究者可以用代数形式来描述社会系统。它的巨大优势在于,它可以用结构化的表达对系统做出精致的代数描述。作为一种语言,就像其他语言一样,图解代数并不对社会理论有预设立场。它的前提仅仅是系统的存在。也就是说,当我们使用图解代数的时候,我们预设了系统是真实而值得描述的。当我们说系统是固定的,这是指它在一段时间内有着明显的稳定性,不过也

要注意到每个系统都会发生新旧交替。一句话,只有系统存在,我们才会去研究它。

研究者在决定任何关于社会、政治现象的模型该包括什么的时候都会有妥协。因此,作为研究者,我们承认我们所有的模型都是不完备的。事实上,这种不完备性正是一个好模型的特点。最好的模型只会抓住现象最本质的特征。完备性和简洁性正是在构建模型时要考虑的两个因素,所以,总有需要调和的地方。图解代数可以帮助我们找到这种调和之下最简洁的模型。在仅仅扩大自变量数目这一做法之外,我们还可以通过用图解代数描述已有变量之间复杂的结构性关系来增加模型的解释力。因此,图解代数是一种有助于提高理论潜质和精致性的语言。不过,理论并不是语言的产品,而是我们自己思考的结果,其价值仅仅取决于我们对社会科学中因果机制进行学术研究时的那种独创性。

参考文献

Aczel, A. D. (2003). *Entanglement: The unlikely story of how scientists, mathematicians, and philosophers proved Einstein's spookiest theory.* New York: Plume.

Allen, R. G. D. (1963). *Mathematical economics* (2nd ed.). New York: St. Martin's Press.

Ashby, W. R. (1956). *An introduction to cybernetics.* London: Chapman & Hall.

Baumol, W. J. (1970). *Economic dynamics: An introduction.* New York: Macmillan.

von Bertalanffy, L. (1976). *General system theory: Foundations, development, applications.* New York: George Braziller.

Blanchard, P., Devaney, R. L., & Hall, G. R. (2006), *Differential equations* (3rd ed.). Belmont, CA: Thomson—Brooks/Cole.

Brown, C. (1991). *Ballots of tumult: A portrait of volatility in American voting.* Ann Arbor: University of Michigan Press.

Brown, C. (1995a). *Serpents in the sand: Essays on the nonlinear nature of politics and human destiny.* Ann Arbor: University of Michigan Press.

Brown, C. (1995b). *Chaos and catastrophe theories.* Thousand Oaks, CA: Sage.

Brown, C. (2007), *Differential equations: A modeling approach.* Thousand Oaks, CA: Sage.

Brown, C. (2008). Nonlinear dynamics, chaos, and catastrophe theory. In S. Menard (Ed.), *The handbook of longitudinal research.* San Diego, CA: Elsevier.

Cohen, B. P. (1980). The conditional nature of scientific knowledge. In L. Freeze (Ed.), *Theoretical methods in sociology: "Seven essays* (pp. 71—110), Pittsburgh, PA: University of Pittsburgh Press.

Cohen, B. P. (1989). *Developing sociological knowledge: Theory and method* (2nd ed.). Chicago: Nelson Hall.

Cortés, F., Przeworski, A., & Sprague, J. (1974). *Systems analysis for social scientists.* New York: Wiley.

Danby, J. M. A. (1997). *Computer modeling: From sports to spaceflight ... From order to chaos.* Richmond, VA: Willmann-Bell.

Duvall, R. D., & Freeman. J. R. (1983). The techno-bureaucratic elite and the entrepreneurial state in dependent industrialization. *American Political Science Review*, *77*(*3*), 569—587.

The Empirical Implications of Theoretical Models. (2002). Report of the Political Science Program, Directorate for Social, Behavioral and Economic Sciences, National Science Foundation. Retrieved from http://www.nsf.gov/sbe/ses/polisci/reports/pdf/eitmreport.pdf.

Filkins, D. (2005, January 26). Conflict in Iraq: Campaign; Insurgents vowing to kill Iraqis who brave the polls on Sunday. *The New York Times*, P. A1[N].

Goldberg, S. (1958). *Introduction to difference equations*. New York: Wiley.

Goldstein, L. J., Schneider, D. I., & Siegel, M. J. (1988). *Finite mathematics and its applications*(3rd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Gottman, J. M., Murray, J. D., Swanson, C., Tyson, R., & Swanson, K. R. (2003). *The mathematics of marriage: Dynamic nonlinear models*. Cambridge: MIT Press.

Haberman, R. (1977). *Mathematical models: Mechanical vibrations, population dynamics, and traffic flow*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Hamming, R. (1971). *Introduction to applied numerical analysis*. New York: McGraw-Hill.

Hamming, R. (1973). *Numerical methods for scientists and engineers*(2nd ed.). New York: McGraw-Hill.

Huckfeldt, R. R., Kohfeld, C. W., & Likens, T. W. (1982). *Dynamic modeling: An introduction*. Newbury Park, CA: Sage.

Kiel L. D., & Elliott, E. (1996). *Chaos theory in the social sciences: Foundations and applications*. Ann Arbor: University of Michigan Press.

Liao, T. F. (1990). A unified three-dimensional framework of theory construction and development in sociology. *Sociological Theory*, 8(1), 85—98.

Liao, T. F. (1992). Theory construction and development in sociology: A reply to Willer and to Harris and Walker. *Sociological Theory*, *10*(1), 118—121.

Lorenz, E. N. (1963). Deterministic non-periodic flow. *Journal of Atmos-*

pheric Science, *20*, 130—141.

Ludwig, D., Jones, D. S., & Holling, C. S. (1978). Qualitative analysis of insect outbreak systems: The spruce budworm and the forest. *Journal of Animal Ecology*, *47*, 315—332.

Mare, R. D., & Winship, C. (1984). The paradox of lessening racial inequality and joblessness among black youth: Enrollment, enlistment, and employment, 1964—1981. *American Sociological Review*, *49*(1), 39—55.

May, R. M. (1974). *Stability and complexity in model ecosystems* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Miller, J. G. (1978). *Living systems*. New York: McGraw-Hill.

Nisbet, R. A. (1969). *Social change and history*. New York: Oxford University Press.

Organski, A. F. K. (1965). *Stages of political development*. New York: Knopf.

Ostrom, C. W. (1990). *Time series analysis* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Przeworski, A. (1975). Institutionalization of voting patterns, or is mobilization the source of decay. *American Political Science Review*, *69*, 49—67.

Przeworski, A., & Sprague, J. (1986). *Paper stones: A history of electoral socialism*. Chicago: University of Chicago Press.

Pye, L. W. (1971). Foreword. In L. Binder, J. S. Coleman, J. LaPalombara, L. W. Pye, S. Verba, & M. Weiner (Eds.), *Crises and sequences in political development* (p. vii). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Richards, D. (Ed.). (2000). *Political complexity: Nonlinear models of politics*. Ann Arbor: University of Michigan Press.

Richardson, L. F. (1960). *Arms and insecurity*. Chicago: Quadrangle Books.

Rostow, W. W. (1960). *Stages of economic growth: A non-communist manifesto*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Signorino, C. S., & Yilmaz, K. (2003). Strategic misspecification in regression models. *American Journal of Political Science*, *47* (3), 551—566.

Toulmin, S. (1953). *The philosophy of science*. London: Hutchinson.

Walker, H. A., & Cohen, B. P. (1985). Scope statements: Imperatives for evaluating theory. *American Sociological Review*, *50*(3), 288—301.

Weinberg, G. M. (1975). *An introduction to general systems thinking*. New York: Dorset House.

Yardley, J. (2005, January 31). Fearing future, China starts to give girls their due. *The New York Times*, p. A3[N].

Zill, D. G. (2005). *A first curse in differential equations with modeling applications* (8th ed.). Belmont, CA: Thomson—Brooks/Cole.

译名对照表

additive constant	叠加常数项
advance operator	加速算子
basin of attraction	条件域
chaos model	混沌模型
conditional path	条件路径
delay operator	延迟算子
diachronic change	历时变化
difference operator	差分算子
differential and difference equation	微分和差分方程
discrete-time linear operator	非连续时间算子
equilibrium	均衡
error term	残差项
feedback loop	反馈循环
first-orderautocorrelation	一阶自相关
forced oscillators	受迫振动
forward path	正向路径
functional nonlinearity	方程非线性
graph algebra	图解代数
homogeneity	齐性
input	输入
Mason's rule	曼森法则
meta-equilibrium	元均衡
meta-system	元系统
moving equilibrium value	动态均衡值
multiple equation system	多重方程系统
multiple forward paths	多重正向路径
negative feedback loop	负向反馈循环
nonlinear filter	非线性过滤
operator	算子
output	输出
over-determination	过度估计

primary feedback system	主要的反馈循环
secondary feedback system	次要的反馈循环
shock	刺激
stochastic limit	随机极限
strange attractor	奇异引子
summation operator	积分算子
superposition	重叠
synchronic change	同步变化
system cascade	系统层级
system equilibrium	系统均衡
system theory	系统论

Graph Algebra: Mathematical Modeling With a Systems Approach
English language editions published by SAGE Publications of Thousand Oaks, London, New Delhi, Singapore and Washington D. C., © 2008 by SAGE Publications, Inc.
All rights reserved. No part of this book may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording, or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the publisher.
This simplified Chinese edition for the People's Republic of China is published by arrangement with SAGE Publications, Inc. © SAGE Publications, Inc. & TRUTH & WISDOM PRESS 2013.

本书版权归 SAGE Publications 所有。由 SAGE Publications 授权翻译出版。
上海市版权局著作权合同登记号:图字 09-2009-550